

Затверджую
Завідувач кафедри
прикладної математики і
механіки
ЛДУ БЖД

"__" _____ 20__ р.

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА
ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ
З КУРСАНТАМИ ТА СТУДЕНТАМИ 2 КУРСУ
З ДИСЦИПЛІНИ СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕОРІЯ
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

ТЕМА: № 6. Розв'язання задач нелінійного програмування в
пакеті Maple.

Методична розробка обговорена на засіданні кафедри
Протокол № ____ від _____ 20__ р.

м. Львів

ТЕМА: № 6. Розв'язання задач нелінійного програмування в пакеті Maple

Мета заняття

навчальна: ознайомити студентів з основними задачами нелінійного програмування; навчити знаходити екстремум функції багатьох змінних з допомогою пакету Maple.

виховна: виховання свідомого ставлення до вивчення предмету, самостійності, відповідальності та організованості при підготовці до занять.

розвиткова: розвиток логічного та абстрактного мислення, розвиток просторової уяви.

Навчальний час: 2 години.

Місце проведення: згідно з розкладом.

Забезпечення заняття: ПК, МП.

Література:

1. *Махней О.В., Гой Т.П.* (2013). Математичне забезпечення автоматизації прикладних досліджень. Івано-Франківськ: Сімик, 304.

Структурні елементи заняття

- організаційно-вступна частина;
- вивчення нового матеріалу з одночасним виконанням прикладів на ПК;
- закріплення нового матеріалу;
- видача завдання для самостійного виконання.

Розробила:

доцент кафедри прикладної математики і механіки,
к. ф.-м. наук

Оксана Чмир

Для розв'язання задач нелінійного програмування в програмі *Maple* у пакеті **Optimization** призначені функції

NLPSolve(obj, constr, bd, opts)

яка має наступні параметри:

obj – алгебраїчна цільова функція;

constr – множина обмежень;

bd – послідовність у вигляді **name = range**, яка задає межі змінних;

opts – рівняння у вигляді **option = value**, де **option** може приймати значення **assume**, **feasibilitytolerance**, **iterationlimit**, **maximize**, **method**, **optimalitytolerance** або **output**;

QPSolve(obj, constr, bd, opts)

яка має наступні параметри:

obj – алгебраїчна, квадратична цільова функція;

constr – множина обмежень;

bd – послідовність у вигляді **name = range**, яка задає межі змінних;

opts – рівняння у вигляді **option = value**, де **option** може приймати значення **assume**, **feasibilitytolerance**, **iterationlimit**, **maximize** або **output**.

Задаючи параметри для функції ***NLPSolve*** можна вибрати метод, за яким буде шукатись розв'язок задачі нелінійного програмування. Більш детально з можливостями та параметрами функції пакета **Optimization** можна ознайомитись у довіднику системи *Maple*.

За допомогою функції ***LagrangeMultipliers*** пакета **Student[MultivariateCalculus]** можна знайти стаціонарні точки методом множників Лагранжа.

Приклад 1. Методом множників Лагранжа знайти екстремум функції

$$F = 3x_1 x_2 + 4, \text{ при умові } \frac{x_1^2}{8} + \frac{x_2^2}{2} = 100.$$

Розв'язання.

Розв'яжемо задачу в *Maple* (рис. 1).

```
[> restart :  
Підключаємо пакет  
[> with(Student[MultivariateCalculus]) :  
Задаємо функцію мети F та обмеження g  
> F := 3 * x1 * x2 + 4; g := x1^2 / 8 + x2^2 / 2 - 100; X := [x1, x2];  
F := 3 x1 x2 + 4  
g := 1/8 x1^2 + 1/2 x2^2 - 100  
X := [x1, x2]
```

(1)

```

Знаходимо стаціонарні точки функції Лагранжа
> LagrangeMultipliers(F, [g], X);
[20, 10], [-20, -10], [-20, 10], [20, -10] (2)
> LagrangeMultipliers(F, [g], X, output = detailed);
[x1 = 20, x2 = 10, λ1 = 6, 3 x1 x2 + 4 = 604], [x1 = -20, x2 = -10, λ1 = 6, 3 x1 x2 + 4 = 604], [x1 = -20, x2 = 10, λ1 = -6,
3 x1 x2 + 4 = -596], [x1 = 20, x2 = -10, λ1 = -6, 3 x1 x2 + 4 = -596] (3)

```

Рис. 1.

Отже, маємо чотири стаціонарні точки. Зауважимо, що детальний розв’язок отримано за допомогою опції **output = detailed**.

Для функції двох змінних розв’язок можна відобразити графічно (рис. 2).

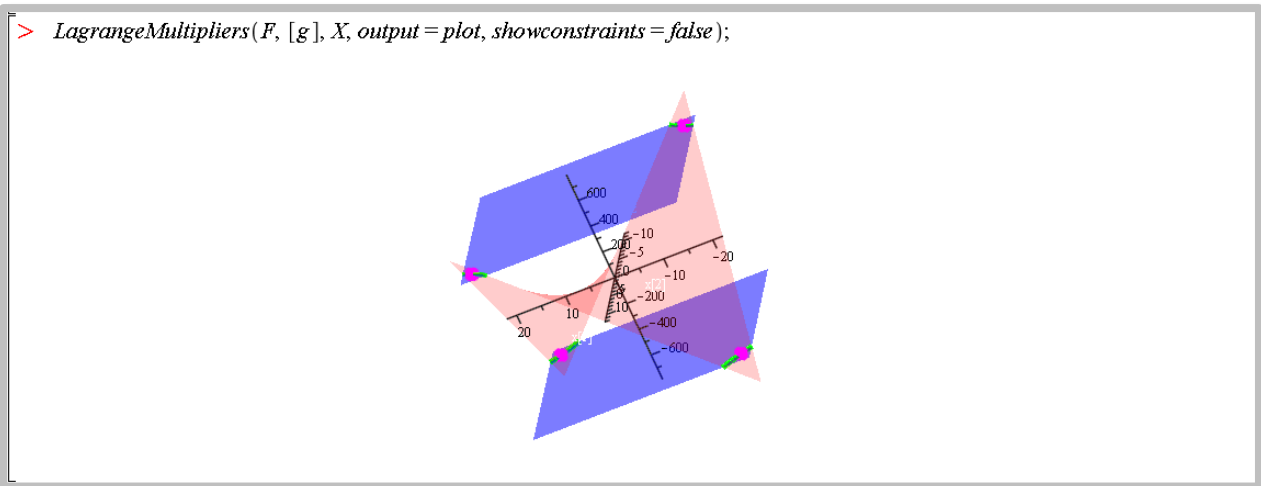


Рис. 2.

Отже, $F_{\max} = F(-20, -10) = F(20, 10) = 604$,
 $F_{\min} = F(-20, 10) = F(20, -10) = -596$.

Приклад 2. Розв’язати задачу нелінійного програмування

$$\begin{aligned}
 F &= -x_1^2 - x_2^2 + 8x_1 + 10x_2 \rightarrow \max, \\
 6 - 3x_1 - 2x_2 &\geq 0, \\
 x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Розв’язання.

Розв’яжемо задачу в *Maple*. (рис. 3).

```

[> restart :
Підключаємо пакет
[> with(Optimization) :
Задаємо функцію мети F та обмеження g
> F := -x1^2 - x2^2 + 8*x1 + 10*x2; g := 6 - 3*x1 - 2*x2;
      F := -x1^2 - x2^2 + 8*x1 + 10*x2
      g := 6 - 3*x1 - 2*x2 (1)

```

Рис. 3.

Знаходимо максимум функції мети (опція **maximize**) для невід'ємних значень змінних (опція **assume = nonnegative**) (рис. 4).

```
> NLPsolve(F, {g ≥ 0}, assume = nonnegative, maximize);  
[21.3076923076923066, [x1 = 0.307692307692307986, x2 = 2.53846153846153788]] (2)
```

Рис. 4.

Отже, $F_{\max} = F(0,31;2,54) \approx 21,31$.

Завдання для самостійного виконання.

1. Методом множників Лагранжа знайти екстремум функції

$$F = 7x_1^2 + x_2^2 + 5, \text{ при умові } \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{25} = 9.$$

2. Розв'язати задачу нелінійного програмування

$$F = x_1^2 - x_2^2 + 6x_1 + 15x_2 \rightarrow \max ,$$

$$8 - 4x_1 - 5x_2 \geq 0,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$