

РОЗДІЛ 8

ЧИСЕЛЬНЕ ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ

- 8.1. Постановка задачі
- 8.2. Формула прямокутника
- 8.3. Формула трапецій
- 8.4. Формула Сімпсона
- 8.5. Похибки чисельного інтегрування, метод кратного перерахунку.
- 8.6. Вибір кроку інтегрування
- 8.7. Висновки
- 8.8. Контрольні запитання
- 8.9. Завдання для самостійного опрацювання

8.1. Постановка задачі

Задача чисельного інтегрування полягає в обчисленні визначеного інтегралу:

$$\int_a^b f(x)dx \quad (8.1)$$

Якщо функція $f(x)$ неперервна на відрізку $[a; b]$ і відома її первісна F , то справедлива формула Ньютона – Лейбниці $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. Проте цією формулою неможливо скористатися, якщо первісну F не можна виразити у відомих (традиційно в елементарних) функціях, або якщо функцію f задано таблично або графічно. У цих випадках необхідно будувати методи для наближеного обчислення визначених інтегралів. Найчастіше застосовують квадратурні формули.

У всіх перерахованих випадках для обчислення інтеграла використовують чисельні методи. Традиційний підхід полягає в тому, що функцію $f(x)$ на відрізку $[a, b]$ замінюють інтерполяційною функцією $\varphi(x)$, наприклад, поліномом Лагранжа або Ньютона, а потім приймають:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b \varphi(x)dx + R(x)$$

де $R(x)$ – деяка похибка формули інтегрування.

У цьому випадку функція $\varphi(x)$ має бути такою, щоб інтеграл можна було

обчислити безпосередньо. Якщо функція $f(x)$ задано аналітично, то наближено обчислити визначений інтеграл можна заміною інтеграла скінченною сумою. При цьому відрізок інтегрування $[a, b]$ розбивається на n однакових частин з кроком $h = (b-a)/n$.

У вузлах $x_i = a + i \cdot h$, $i = 0, 1, \dots, n$ знаходяться значення підінтегральної функції $f(x)$, $i = 0, 1, \dots, n$ і шукана площа (значення інтеграла) обчислюється як:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$$

Означення. Квадратурні формули – це формули вигляду

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k).$$

Суму в правій частині формули називають квадратурною сумою, числа x_k і A_k називають відповідно вузлами і коефіцієнтами квадратурної формули.

Графічна інтерпретація чисельного визначення інтеграла показана на рисунку 8.1.

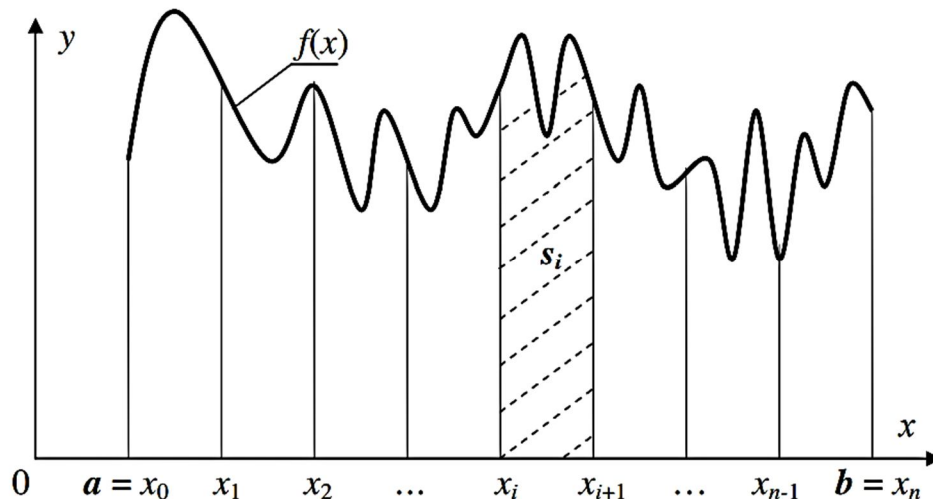


Рис.8.1. криволінійні трапеції для інтегрування

Більш складні квадратурні формули отримують за допомогою апарату інтерполювання.

Методи чисельного обчислення інтеграла засновані на тому, що в якості наближеного значення інтеграла (8.1) береться значення інтеграла від

інтерполюючої для $f(x)$ функції, побудованої по точках розбиття відрізка $[a,b]$.

Слід навести найбільш відомі та достатньо ефективні методи розв'язання задачі чисельного інтегрування функцій: метод трапецій і метод Сімпсона.

8.2. Формула прямокутників

Замінімо елементарні (криволінійні) трапеції в діапазоні $[a;b]$ прямокутниками, і обчислимо загальну площу фігури, як суму площ окремих прямокутників. (рис.8.2- а та б)

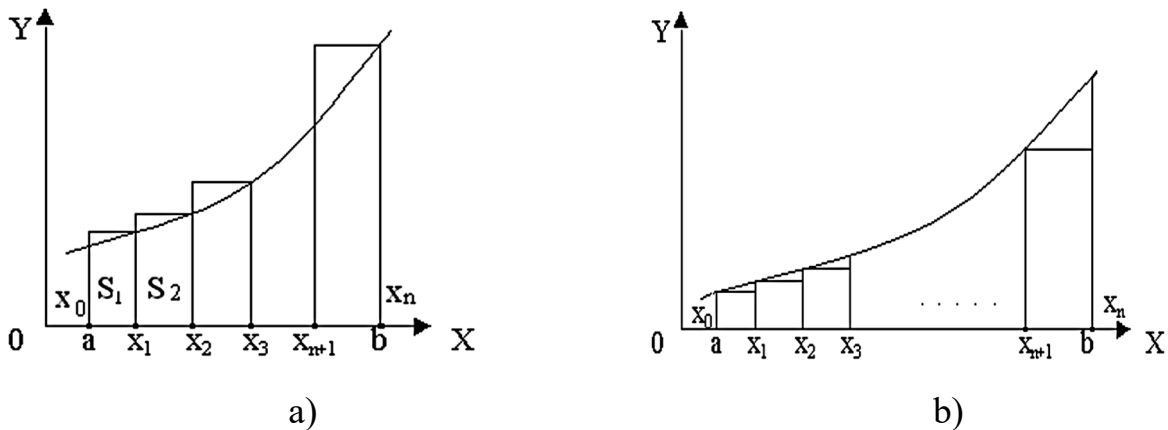


Рис.8.2. Графічна інтерпретація методу прямокутників: а) лівих прямокутників; б)правих прямокутників

Для випадку а) знайдену площу назвемо площею лівих , а для в) – правих прямокутників.

Для а) маємо:

$$S^+ = f(x_1)(x_1 - x_0) + f(x_2)(x_2 - x_1) + \dots + f(x_n)(x_n - x_{n-1}) = \frac{b-a}{N} \sum_{k=1}^N f(x_k)$$

Для б) маємо :

$$S^- = f(x_0)(x_1 - x_0) + f(x_1)(x_2 - x_1) + \dots + f(x_{n-1})(x_n - x_{n-1}) = \frac{b-a}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k)$$

Істинне значення інтегралу обчислимо, як середнє арифметичне значення площ лівих і правих прямокутників: $I = (S^+ + S^-)/2$

$$I = \frac{b-a}{2N} \left[\sum_{k=0}^{N-1} f(x_k) + \sum_{k=1}^N f(x_k) \right] = \frac{b-a}{2N} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} f(x_k) \right]$$

Отримана формула називається формулою лівих і правих прямокутників,

або формулою середніх прямокутників.

Значення похибки інтегрування методом прямокутників можна оцінити за формулою

$$R(x) = \frac{h^2(b-a)}{12} M_2, \quad (8.2)$$

де $M_2 = \max |f''(\xi)|, \xi \in [a, b]$.

Щоб похибка не перевищувала задане значення ε , крок інтегрування слід обирати з умови:

$$h \leq \sqrt{\frac{12 \cdot \varepsilon}{(b-a)M_2}}. \quad (8.3)$$

Програмування методу прямокутника обчислення інтегралу.

Вищеописаний метод обчислювання інтегралів можна використовувати для обчислень як за допомогою калькулятора, так і комп'ютера. У математичному пакеті Mathcad обчислення визначених та невизначених інтегралів виконується у графічному режимі з використанням спеціальної бібліотеки підпрограм. Блок-схему алгоритму методу прямокутників наведено на рис. 8.3 і поряд з нею – функцію цього методу мовою C++

```
// Функція методу прямокутників
float integral_pram(float a, float b, int n)
{ float h, S, x;
  int i;
  h = (b - a) / n;
  S=0;
  for (i = 0; i<= n - 1; i++)
  { x = a + i * h;
    S = S + f(x);
  }
  S = h * S;
  return S;
}
```

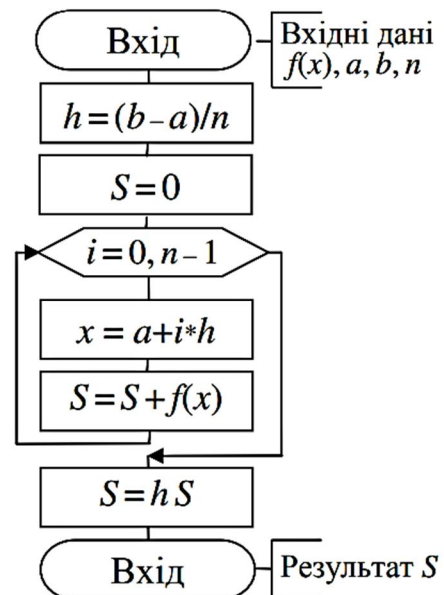


Рис.8.3. Блок-схема алгоритму методу прямокутників та функція цього методу мовою

C++

Приклад 8.1. Обчислити інтеграл за формулою лівих та правих прямокутників.

$$I = \int_{1,5}^{2,3} \frac{\sqrt{0,3x+12}}{1,6x\sqrt{x^{2+0,5}}} dx$$

Для обчислення за формулами лівих і правих прямокутників (при $n=10$) ділимо відрізок інтегрування на 10 частин з кроком $h=(b-a)/n=(2,3-1,5)/10=0,08$

Складаємо таблицю значень підінтегральної функції в точках поділу відрізка:

i	X_i	Y_i
0	1,5	0,3165
1	1,58	0,3037
2	1,66	0,2922
3	1,74	0,2815
4	1,82	0,2716
5	1,90	0,2626
6	1,98	0,2541
7	2,06	0,2463
8	2,14	0,2390
9	2,22	0,2322
10	2,3	0,2259

Шуканий визначений інтеграл – це сума площ лівих прямокутників.

Площа одного прямокутника дорівнює $h*y_i$. Отже,

$$I = \int_{1,5}^{2,3} f(x)dx = \sum_{i=0}^9 hy_i = h \sum_{i=0}^9 y_i$$

За значеннями таблиці:

- Для лівих прямокутників

$$\sum_{i=0}^9 y_i = 2,6997 \Rightarrow S^+ = 0,08 * 2,6997 = 0,2158;$$

Для правих прямокутників

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 2,6091 \Rightarrow S^- = 0,08 * 2,6091 = 0,2087$$

За кінцевий остаточний результат беруть середнє значення цих інтегралів:

$$I=(I_1+I_2)/2=(0,2158+0,2087)=0,212.$$

Пркклад 8.2. Розглянемо приклад на середні прямокутники:

Обчислити: $I = \int_{0,4}^{1,2} \frac{\sin(0,6x + 0,3)}{1,7 + \cos(x^2 + 1,2)} dx$

Для розв'язку використовують формулу середніх прямокутників:

$$I = \int_a^b f(x)dx = h \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$$

$N=10, h=(1,2-0,4)/10=0,08$

i	x_i	$x_i+h/2$	$f(x_i+h/2)$
0	0,4	0,44	0,28491
1	0,48	0,52	0,31913
2	0,56	0,60	0,35838
3	0,64	0,68	0,40430
4	0,72	0,76	0,45898
5	0,80	0,84	0,52511
6	0,88	0,92	0,60590
7	0,96	1,0	0,70475
8	1,04	1,08	0,82403
9	1,12	1,16	0,96205

$$\sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) = 5,44754$$

$$I = h \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) = 0,08 * 5,44754 = 0,4358$$

8.3. Формула трапецій

Метод трапецій заснований на кусочно-лінійній інтерполяції функції $f(x)$, побудованій по точках $M_j = (x_j, f(x_j))$, $j = 0, n$ (рис. 8.4).

У підґрунтя формули трапецій покладено заміну кривої підінтегральної функції на ламану. Розіб'ємо проміжок $[a, b]$ на n рівних частин, кожен довжиною $h = (b - a) / n$, та сполучимо прямими лініями значення функцій на кінцях відрізків. На рис. 8.4 – ці лінії позначено напівжирними штриховими лініями. Площу криволінійної трапеції наближено замінюємо на суму площин n трапецій.

Площу однієї такої трапеції (на рис. 8.4 – тонкі штрихові лінії) можна обчислити за формулою:

$$s_i = \frac{1}{2}h(f(x_i) + f(x_{i+1})), \quad (8.4)$$

а загальна площа S всіх n трапецій і відповідно наближене значення інтегралу дорівнює

$$S = \sum_{i=0}^{n-1} s_i = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{2} (f(x_i) + f(x_{i+1})) = \frac{h}{2} \left(f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right)$$

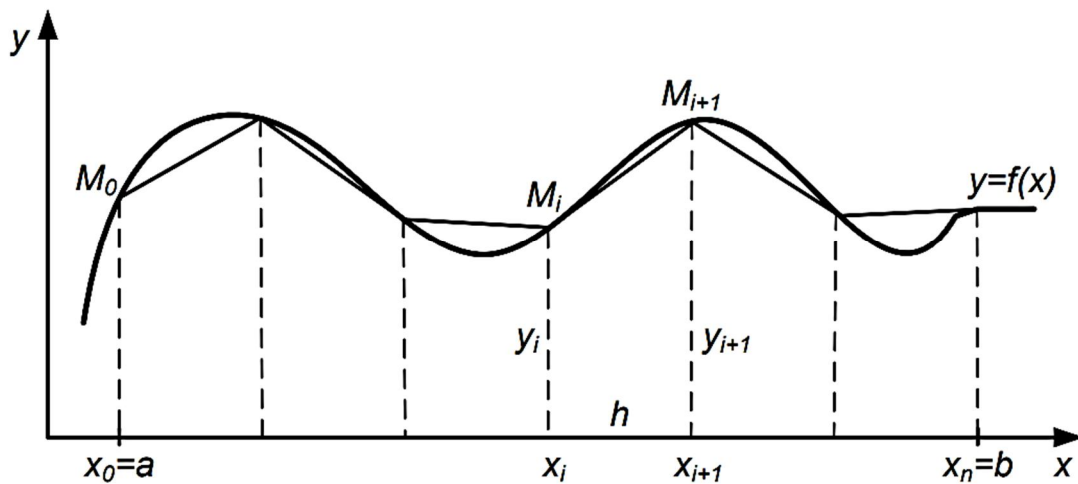


Рис.8.4. Інтерпретація інтегрування методом трапецій

Якщо підставити граничні значення проміжку обчислення інтеграла, то формула набуде остаточного вигляду:

$$S = \frac{h}{2} \left(f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right) \quad (8.5)$$

Блок-схему алгоритму методу прямокутників наведено на рис. 8.5 і поряд з нею – функцію цього методу мовою C++

Значення похибки інтегрування методом трапецій збігається з оцінкою похибки методом прямокутників (8.3) [3, 4, 5].

Варто зазначити, що число розбиття n відрізка $[a, b]$ є параметром формули трапецій (8.5), тобто чим більше n , тим менше h , а значить, менше погрішність. З оцінки (8.3) виходить, що якщо функція $f(x)$ лінійна, то формула (8.5) для обчислення інтеграла (8.1) є теоретично точною.

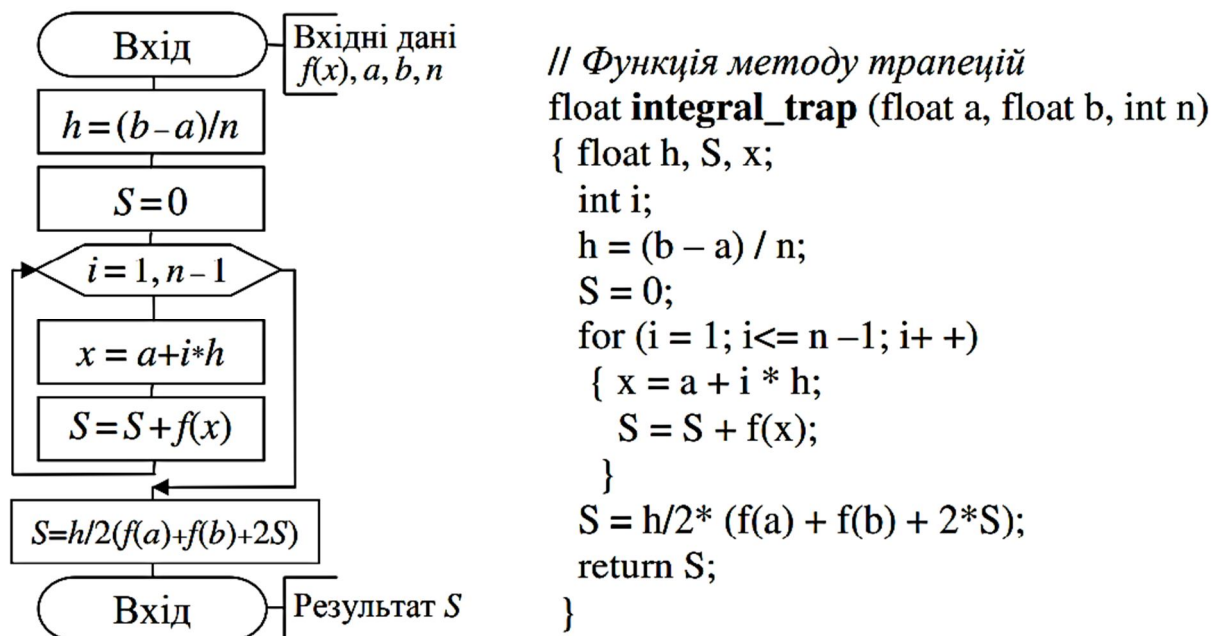


Рис.8.5. Блок-схема та програма на мові C++ методу трапецій чисельного знаходження визначеного інтегралу

Приклад 8.3. Обчислення визначених інтегралів за формулами трапецій.

$$I = \int_{0,7}^{1,3} \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 0,3}} dx$$

Візьмемо $n=20$. $h=(b-a)/20=(1,3-0,7)/20=0,03$. Площа трапеції дорівнює півсумі основ помножених на h . В нашому випадку основами є y_i . Тоді:

$$I \approx h \left(\frac{y_0 + y_{20}}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{19} \right)$$

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
0	0,7	0,88386	11	1,03	0,64259
1	0,73	0,85572	12	1,06	0,62657
2	0,76	0,82898	13	1,09	0,6114
3	0,79	0,80366	14	1,12	0,59669
4	0,82	0,77973	15	1,15	0,58272
5	0,85	0,757	16	1,18	0,56935
6	0,88	0,73546	17	1,21	0,55658
7	0,91	0,71501	18	1,24	0,54431
8	0,94	0,69551	19	1,27	0,53253
9	0,97	0,677	20	1,3	0,52129
10	1,0	0,65937			

$$y_0 + y_{20} = 1,405154 \qquad \sum_{i=1}^{19} y_i = 12,77022 ;$$

$$I = 0,03 * (1,40515/2 + 12,77022) = 0,40418.$$

8.4. Формула Сімпсона

Відрізок $[a, b]$ розбивається на n частин з кроком $h = (b-a)/n$, при цьому точки розбиття x_i визначаються за формулою $x_i = a + i \cdot h$, $i = 0, n$, тобто $x_0 = a$, $x_n = b$.

Метод Сімпсона заснований на кусочно-квадратичній інтерполяції функції $f(x)$, побудованій по точках $(x_i, f(x_i))$, $i = 0, n$ (рис. 8.6).

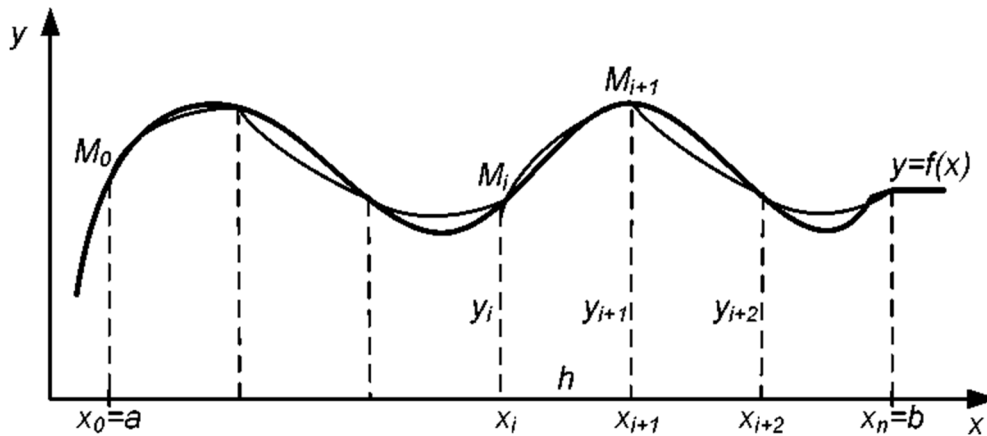


Рис. 8.6. Графічна інтерпретація методу Сімпсона

Оскільки на кожному інтервалі (x_i, x_{i+1}) функція $f(x)$ інтерполюється параболою (тобто функцією виду $g_i(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i$), то площу S_i криволінійної трапеції $x_i M_i M_{i+1} x_{i+1}$ нескладно обчислити аналітично

$$S_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} g_i(x) dx.$$

Тоді наближене значення інтеграла (8.1) буде дорівнювати

$$S_n = \sum_{i=0}^{n-1} S_i.$$

Формула Сімпсона в загальному випадку має вигляд [8]:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left[f(x_0) + f(x_n) + 2(f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{n-2})) + 4(f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1})) \right].$$

або коротше

$$S = \frac{h}{3} \left[f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2k}) + 4 \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2k+1}) \right] \quad (8.4)$$

Як видно з формули (8.4), n має бути обов'язково парним. Алгоритм методу Сімпсона у вигляді блок-схеми та програма на мові C++ показані на рисунку 8.7.

```
// Функція методу Сімпсона
float integral_simps (float a, float b, int n)
{ float h, S, S1, S2, x;
  int i;
  h = (b - a) / n;
  S = 0;
  S1 = 0;
  S2 = 0;
  for (i = 1; i <= n - 1; i++)
  { x = a + i * h;
    if (i % 2 == 0) S2 = S2 + f(x);
    else S1 = S1 + f(x);
  }
  S = h/3 * (f(a) + f(b) + 4*S1 + 2*S2);
  return S;
}
```

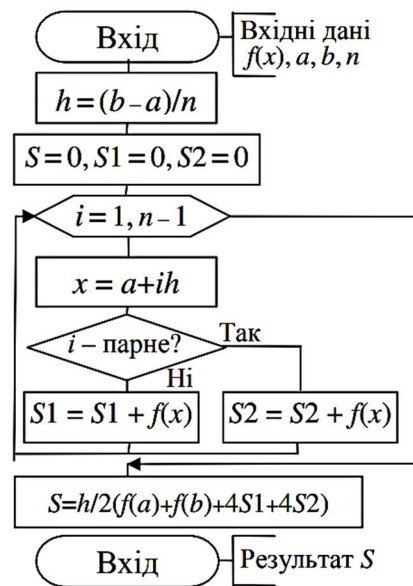


Рис. 8.7. Блок-схема алгоритму методу Сімпсона та програма на мові C++

Оцінка погрішності формули Сімпсона [8]:

$$|I - S_n| \leq \frac{b-a}{180} M_4 h^4, \quad (8.4)$$

де $M_4 = \max_{q \in (a,b)} |f^{(4)}(q)|$.

З оцінки (8.5) виходить що, якщо функція $f(x)$ є багаточленом 3-го ступеня, то формула (8.4) для обчислення інтегралу (8.1) є теоретично точною.

Якщо функцію $f(x)$ задано на великому проміжку $[a; b]$, то точність розглянутих квадратурних формул стає неприйнятною. Тому для обчислення

$\int_a^b f(x)dx$ застосовують відповідну узагальнену квадратурну формулу. Це означає,

що відрізок $[a; b]$ ділять на рівні відрізки і на кожному з них застосовують дану квадратурну формулу. Наприклад, узагальнена формула трапецій виглядає так:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} (f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(a+kh) + f(b)).$$

А узагальнена формула Сімпсона має вигляд

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} (f(a) + 4 \sum_{k=0}^{n-1} f(x_{2k+1}) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(x_{2k}) + f(b)).$$

З оцінки (8.5) виходить що, якщо функція $f(x)$ є багаточленом 3-ї степені, то формула (8.4) для обчислення інтеграла (8.1) є теоретично точною.

Приклад 8.3. Обчислити значення визначеного інтеграла за формулою Сімпсона для $n=8$, оцінити похибку результату, склавши таблицю скінчених різниць.

$$I = \int_{1,2}^{1,6} \frac{\sin(2x-2,1)}{x^2+1} dx$$

Знаходимо $h=(b-a)/n=(1,6-1,2)/8=0,05$

Обчислення значень функцій, а також додавання значень функції, які мають однакові коефіцієнти у формулі, робимо в такій таблиці:

i	x_i	$2x_i-2,1$	$\sin(2x_i-2,1)$	x_i^2+1	y_0y_8	$y_1y_3y_5y_7$	$y_2y_4y_6$
0	1,20	0,3	0,29552	2,44	0,1211		
1	1,25	0,4	0,28942	2,5625		0,1520	
2	1,30	0,5	0,4794	2,69			0,1782
3	1,35	0,6	0,5646	2,8225		0,2000	
4	1,40	0,7	0,6442	2,96			0,2176
5	1,45	0,8	0,7174	3,1024		0,2312	
6	1,50	0,9	0,7833	3,25			0,2410
7	1,55	1,0	0,8415	3,4025		0,2473	
8	1,60	1,1	0,8912	3,56	0,2503		

Сума				0,3713	0,8305	0,6368
------	--	--	--	--------	--------	--------

Отже, $I \approx (0,05)/3 \cdot (0,3714 + 4 \cdot 0,8305 + 2 \cdot 0,6368) = 0,05/3 \cdot 4,9670 \approx 0,8278$

Для оцінки точності одержаного результату складемо таблицю скінчених різниць функції до четвертого порядку.

i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
0	0,1211	0,0309	-0,0047	0,0003	-0,0001
1	0,1520	0,0262	-0,0044	0,0002	0,0000
2	0,1782	0,0218	-0,0042	0,0002	0,0000
3	0,2000	0,0176	-0,0040	0,0002	0,0001
4	0,2176	0,0136	-0,0038	0,0003	-0,0001
5	0,2312	0,0098	-0,0035	0,0002	
6	0,2410	0,0063	-0,0033		
7	0,2473	0,0030			
8	0,2503				

Оскільки $\max |\Delta^4 y_i| = 0,0001$, то залишковий член формули:

$$R_{\text{залишковий}} < \frac{(b-a) \cdot \max |\Delta^4 y_i|}{180} \approx \frac{0,4 \cdot 0,0001}{180} \approx 0,0000003$$

Оскільки обчислення проводились з чотирма значущими цифрами, то величина залишкового члена на похибку не впливає.

Похибку обчислень оцінено із співвідношенням:

$$\Delta I = (b-a) \Delta y \leq 0,4 \cdot 0,0001 < 0,00005.$$

Отже, одержані чотири десяткові знаки вірні.

Слід зазначити, що якщо необхідно чисельно обчислити значення інтеграла (8.1) із заданою точністю, то для цього потрібно якимось чином визначити відповідне значення n . Можна було б скористатися оцінками (8.3) або (8.5), але для цього потрібно оцінити максимальне значення модуля 2-ї (для формули трапецій) або 4-ї (для формули Сімпсона) похідної на відрізку $[a, b]$, що може виявитися достатньо важким або зовсім неможливим. Тому можна

скористатися таким алгоритмом:

1. Задається початкове значення n і обчислюється значення інтеграла $S1$ для заданого n .
2. Збільшується значення n вдвічі й обчислюється значення інтеграла $S2$ для цього n .
3. Знаходиться значення $|S2 - S1|$ і порівнюється його з заданою точністю обчислення ϵ .
4. Кроки 2 - 3 повторюються доти, доки не виконається умова $|S2 - S1| < \epsilon$.

8.5. Похибки чисельного інтегрування, метод кратного перерахунку.

Розглянемо квадратурну формулу $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$.

Означення 1. Різницю $R_n(f)$ між визначеним інтегралом і квадратурною сумою

$R_n(f) = \int_a^b f(x)dx - \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$ називають залишковим членом або похибкою квадратурної формули.

Точність квадратурної формули звичайно характеризують порядком її залишкового члена $R(f)$ стосовно степеня відстані між вузлами інтегрування h , тобто стосовно кроку інтегрування.

Означення 2. Залишковий член $R(f)$ квадратурної формули має порядок k (де k – натуральне число) відносно кроку інтегрування h , якщо існують такі сталі C , $c > 0$, що $ch^k \leq |R(f)| \leq Ch^k$ для всіх достатньо малих h .

Записують це так: $R(f) = O(h^k)$. Якщо крок h достатньо малий, то квадратурна формула тим точніша, чим більшим є порядок її залишкового члена.

Для будь – якої квадратурної формули і довільного натурального n можна побудувати на відрізку $[a; b]$ відповідну узагальнену квадратурну формулу, поділивши $[a; b]$ на n рівних відрізків і на кожному з них застосувавши дану квадратурну формулу. Залишковий член узагальненої квадратурної формули трапецій має другий порядок: $R_y(f) = O(h^2)$, а узагальненої квадратурної формули Сімпсона четвертий: $R_y(f) = O(h^4)$.

Застосуємо тут апостеріорні (тобто отримані після і в результаті розрахунків) методи оцінки точності квадратурних формул. Нехай залишковий член деякої узагальненої квадратурної формули має порядок p відносно кроку інтегрування h : $R(f) = O(h^p)$. Поділимо відрізок $[a; b]$ на n рівних відрізків і на $2n$ рівних відрізків, нехай I_n та I_{2n} – наближені значення інтеграла $\int_a^b f(x)dx$ за відповідними узагальненими квадратурними формулами, а $R_n(f)$ і $R_{2n}(f)$ – відповідні залишкові члени. Апостеріорний метод подвійного перерахунку ґрунтується на двох формулах.

$$1. R_{2n}(f) \approx \frac{I_{2n} - I_n}{2^p - 1} \text{ (правило Рунге)}$$

$$2. \int_a^b f(x)dx \approx I_{n,2n} = I_{2n} + \frac{I_{2n} - I_n}{2^p - 1} \text{ (формула екстраполяції за Річардсоном)}.$$

Тут похибка $R_{2n}(f) = O(h^{p+1})$, $\int_a^b f(x)dx = I_{n,2n} + O(h^{p+1})$. Процес можна продовжити: поділити відрізок $[a; b]$ ще на $4n$ рівних відрізків і дістати за правилом Рунге та формулою екстраполяції за Річардсоном $I_{2n,4n}$ і $R_{4n}(f)$, які є вже наближеннями порядку $p + 2$ і так далі, отримуючи наближення порядку $p + 3$, $p + 4$, Це складає апостеріорний метод кратного перерахунку, який є узагальненням методу подвійного перерахунку.

8.6. Вибір кроку інтегрування

Завдання полягає у визначенні кроку h , що забезпечує задану точність ε обчислення інтеграла за обраною формулою.

Існують два основні способи задавання допустимого значення кроку. Розглянемо декі з них.

1. За залишковим членом. Використовуючи формулу відповідного залишкового члена $R(x)$ вибирають h таким, щоб виконувалася нерівність

$$|R(x)| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Потім з отриманим кроком обчислюють інтеграл за квадратурною

формулою.

Обчислення треба робити з таким числом цифр, щоб похибка заокруглення не перевищувала ε .

2. Послідовним подвоєнням числа кроків. Обчислюють інтеграл за обраною квадратурною формулою двічі: спочатку з деяким кроком h , потім з кроком $h/2$, тобто подвоюють кількість n . Якщо $|J_h - J_{h/2}| < \varepsilon$, то приймають $J_h \approx J_{h/2}$.

Якщо виявляється, що ця умова не виконується, то розрахунок повторюють з кроком $h/4$. Як початковий крок іноді доцільно брати число, близьке до $\sqrt[k]{\varepsilon}$.

8.7. Висновки

1. Точність обчислення визначеного інтеграла залежить від числа розбиття відрізка інтегрування.
2. Метод Сімпсона є більш ефективним для розрахунків визначеного інтеграла.

8.8. Контрольні запитання

1. Сформулюйте постановку задачі чисельного інтегрування функції.
2. У чому полягає ідея методу трапецій?
3. У чому полягає ідея методу Сімпсона?
4. Який з відомих вам методів чисельного інтегрування має більшу точність?
5. Вкажіть алгоритм, за яким можна розрахувати значення визначеного інтеграла з заданою точністю.

8.9. Завдання для самостійного опрацювання

1. Обчисліть визначений інтеграл функції $f(x) = (5-x)/(x^2+2)$ на відрізку $[-2, 3]$ за формулами прямокутників, трапецій і Сімпсона. Порівняйте результати.