

6

Побудова графіків 2D

6.1 Побудова графіків

Розглянемо побудову на площині графіків явно та неявно заданих функцій.

Задання областей

Область — це вікно декартової системи координат, у якій будується графік.

Синтаксис задання області:

x = нижня межа .. верхня межа.

Числа, що визначають межі, повинні бути дійсними.

Побудова графіків

Побудова графіків виконується за допомогою команди `plot`.

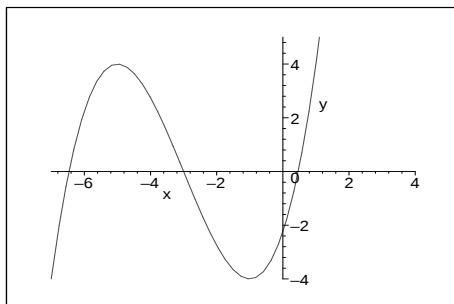
Приклад задання: `plot(f,x=lov..hi,y=lov..hi)`.

Приклад 6.1. Побудувати графік функції

$$y = \frac{1}{4}(x^3 + 9x^2 + 15x - 9).$$

Розв'язання

```
> plot(1/4*(x^3+9*x^2+15*x-9),x=-7..4,y=-4..5);
```



Команда `title` визначає заголовок графіка.

Приклад 6.2. Побудувати графік функції

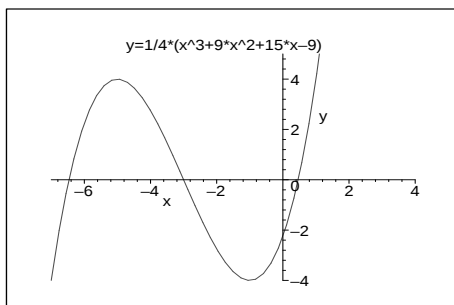
$$y = \frac{1}{4} (x^3 + 9x^2 + 15x - 9).$$

Над графіком розмістити напис:

$$y = 1/4(x^3 + 9x^2 + 15x - 9)$$

Розв'язання

```
> plot(1/4*(x^3+9*x^2+15*x-9), x=-7..4, y=-4..5,
title="y=1/4*(x^3+9*x^2+15*x-9)");
```



Команда `color=` визначає колір побудови. Maple пропонує значну кількість кольорів: aquamarine black blue navy coral cyan brown gold green gray grey khaki magenta maroon orange pink plum red sienna tan turquoise violet wheat white yellow.

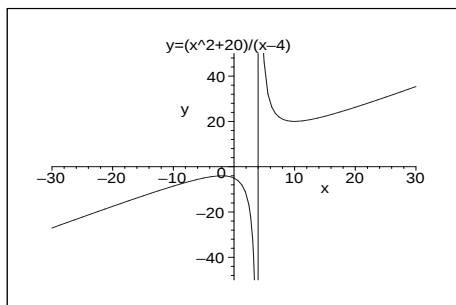
Приклад 6.3. Побудувати графік функції

$$y = \frac{x^2 + 20}{x - 4}.$$

Область задати умовою $x = -30..30, y = -50..50$. Над графіком розмістити напис: $y = (x^2 + 20)/(x - 4)$, побудову графіка виконати у голубому кольорі.

Розв'язання

```
> plot((x^2+20)/(x-4),x=-30..30,y=-50..50,title="
y=(x^2+20)/(x-4)",color=blue);
```

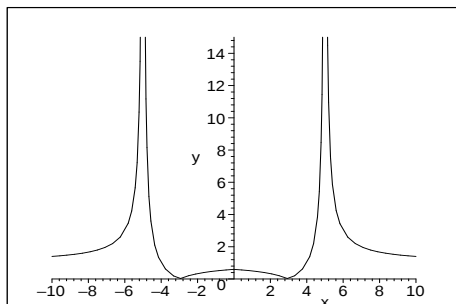


Приклад 6.4. Побудувати графік функції

$$y = \left| \frac{|x| - 3}{|x| - 5} \right|.$$

Розв'язання

```
> plot(abs((abs(x)-3)/(abs(x)-5)),x=-10..10,
y=0..15,color=black);
```



Maple дозволяє будувати декілька графіків на одній координатній площині.

При такій побудові Maple автоматично вибирає різні кольори для побудови графіків функцій.

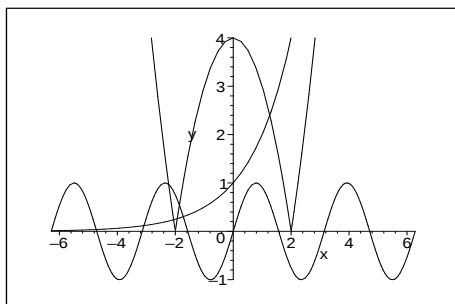
Приклад 6.5. Побудувати графіки функцій:

$$y = \sin 2x; y = 2^x; y = |x^2 - 4|.$$

Область задати умовою $x = -2\pi..2\pi, y = -1..4$.

Розв'язання

```
> plot({sin(2*x), 2^x, abs(x^2-4)}, x=-2*Pi..2*Pi,
y=-1..4, color=black);
```



За допомогою Maple можна будувати графіки функцій, задані параметрично. Для цього потрібно використати команду

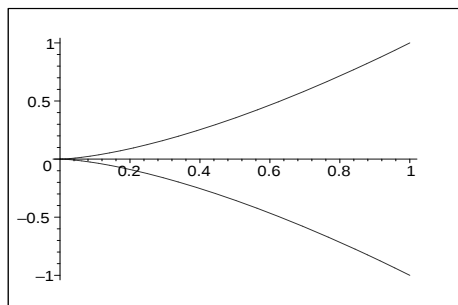
```
plot([x(t), y(t), t=range of t], h, v, options)
```

Проілюструємо побудову графіків параметрично заданих функцій на конкретних прикладах.

Приклад 6.6. Побудувати графік функції $\begin{cases} x = t^2; \\ y = t^3, \\ -1 \leq t \leq 1. \end{cases}$

Розв'язання

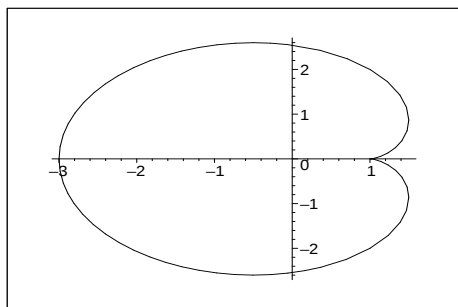
```
> plot([t^2, t^3, t=-1..1], color=navy);
```



Приклад 6.7. Побудувати графік функції $\begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t; \\ y = 2 \sin t - \sin 2t, \\ -\pi \leq t \leq \pi \end{cases}$
(кардіоїди).

Розв'язання

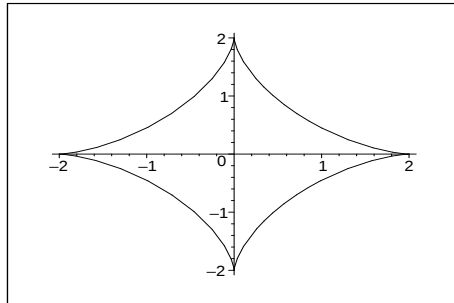
```
> plot([2*cos(t)-cos(2*t),2*sin(t)-sin(2*t),t=-Pi..Pi],
color=black);
```



Приклад 6.8. Побудувати графік функції $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t; \\ y = 2 \sin^3 t, \\ -\pi \leq t \leq \pi \end{cases}$
(астроїди).

Розв'язання

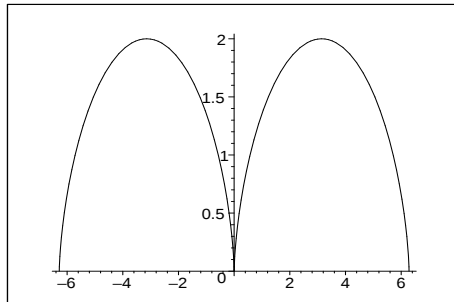
```
> plot([2*(cos(t))^3,2*(sin(t))^3,t=-Pi..Pi],
color=black);
```



Приклад 6.9. Побудувати графік функції $\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = 1 - \cos t, \\ -2\pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}$ (циклоїди).

Розв'язання

```
> plot([t-sin(t),1-cos(t),t=-2*Pi..2*Pi],
color=black);
```

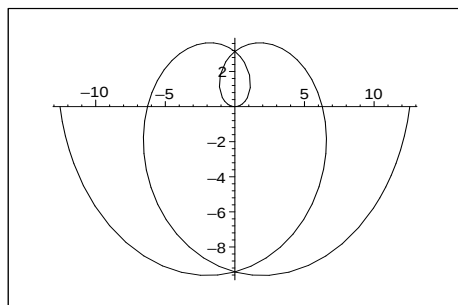


Для побудови графіків функцій, заданих у полярній системі координат, Maple використовує команду: `plot([r(t),theta(t),t=range of t ],h,v,coords=polar)` Побудуємо декілька графіків функцій, заданих у полярній системі координат.

Приклад 6.10. Побудувати графік функції $\rho = 2\varphi$, $-2\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ (спіраль Архімеда).

Розв'язання

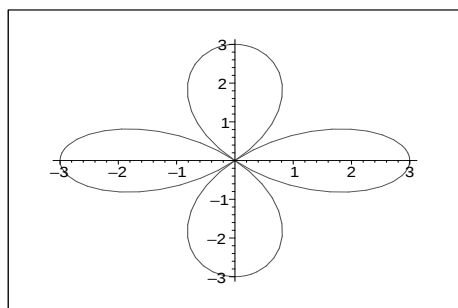
```
> plot([2*t,t,t=-2*Pi..2*Pi],coords=polar,
color=black);
```



Приклад 6.11. Побудувати графік функції $\rho = 3 \cos(2\varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ (чотирьохпелюсткової рози).

Розв'язання

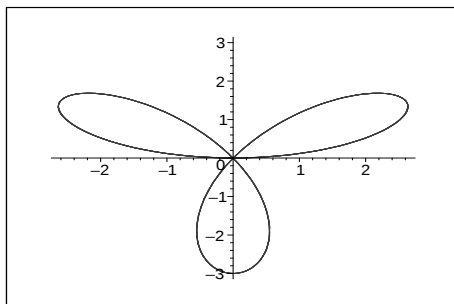
```
> plot([3*cos(2*t)],t,t=-Pi..Pi,coords=polar,
color=brown );
```



Приклад 6.12. Побудувати графік функції $\rho = 3 \sin(3\varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ (трьохпелюсткової рози).

Розв'язання

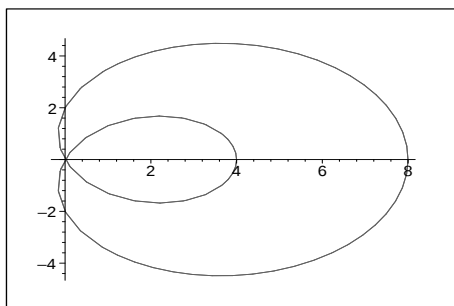
```
> plot([3*sin(3*t)],t,t=-Pi..Pi,coords=polar,
color=violet);
```



Приклад 6.13. Побудувати графік функції $\rho = 2 \cdot (1 + 3 \cos \varphi)$, $-2\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ (равлика Паскаля).

Розв'язання

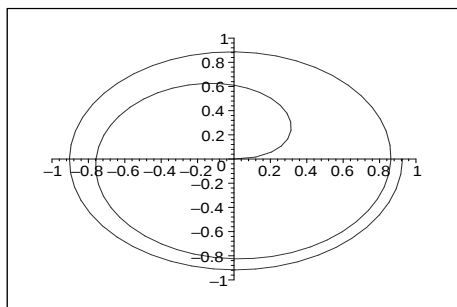
```
> plot([2*(1+3*cos(t)),t,t=-2*Pi..2*Pi],coords=polar,
color=orange);
```



Приклад 6.14. Побудувати графік функції $\rho = \frac{\varphi}{1+\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq 4\pi$.

Розв'язання

```
> plot([t/(1+t),t,t=0..4*Pi],-1..1,-1..1,coords=
polar,color=navy);
```



Для побудови графіків кусково заданих функцій у декартовій прямокутній системі координат потрібно визначити процедуру, яка описує кусково задану функцію, а потім просто використати команду `plot`.

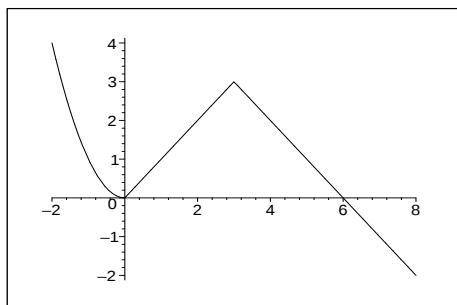
Приклад 6.15. Побудувати графік функції

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{при } x < 0; \\ x, & \text{при } 0 \leq x \leq 3; \\ -x + 6, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Розв'язання

```
> a:=proc(x) if x<0 then x^2 elif (x>0) and
(x<3) then x else -x+6 fiend;
> plot(a,-2..8,color=black);
```

```
a := proc(x) if x < 0 then x^2 elif 0 < x and
x < 3 then x else - x + 6 end ifend proc
```



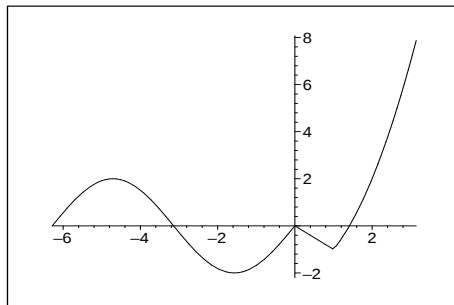
Приклад 6.16. Побудувати графік функції

$$y = \begin{cases} 2 \sin x, & \text{при } x \leq 0; \\ -x, & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ x^2 - 2, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Розв'язання

```
> b:=proc(x) if x<0 then 2*sin(x) elif x>0)
and (x<1) then -x else x^2-2 fi end;
> plot(b,-2*Pi..Pi,color=black);
```

```
b := proc(x)    if x < 0 then 2 * sin(x) elif 0 < x
and x < 1 then - x else x^2 - 2 end ifend proc
```



Використовуючи бібліотеку `with(plots)`, можна за допомогою команди `implicitplot` будувати графіки неявно заданих функцій.

Приклад 6.17. Побудувати графік функції

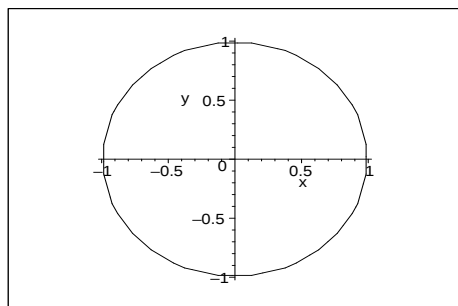
$$x^2 + y^2 = 1.$$

Розв'язання

```
> with(plots):
```

Warning, the name `changecoords` has been redefined

```
> implicitplot( { x^2+y^2=1}, x=-Pi..Pi,
y=-Pi..Pi,scaling=CONSTRAINED,color=black);
```

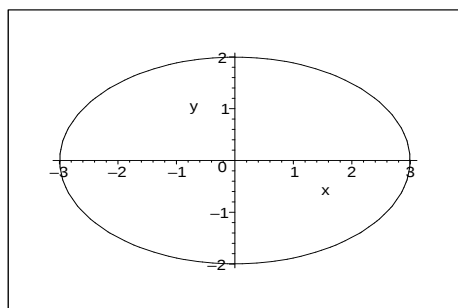


Приклад 6.18. Побудувати графік функції

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Розв'язання

```
> implicitplot( {x^2/9+y^2/4=1},x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,
scaling=CONSTRAINED, color=black);
```

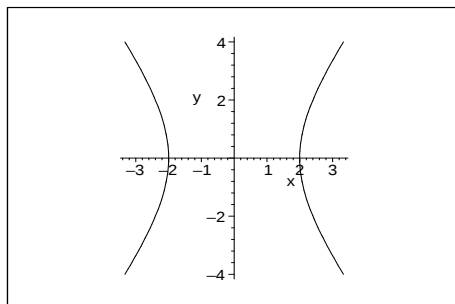


Приклад 6.19. Побудувати графік гіперболи

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

Розв'язання

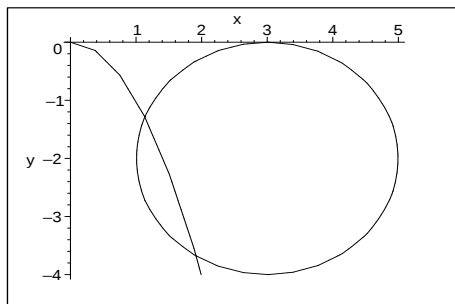
```
> implicitplot( { x^2/4-y^2/9=1}, x=-4..4,
y=-4..4, scaling=CONSTRAINED,color=black);
```



Приклад 6.20. Побудувати в одній системі координат графіки кола $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$ та параболу $y = -x^2$.

Розв'язання

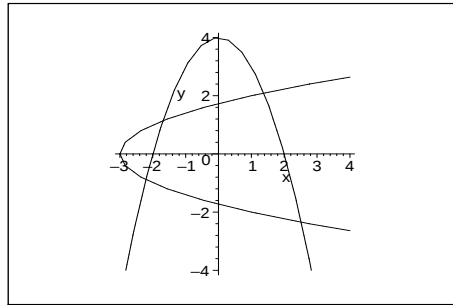
```
> implicitplot({ x-3)^2+(y+2)^2=4,y=-x^2},
x=0..3*Pi, y=-4..0, scaling=CONSTRAINED,
color=black);
```



Приклад 6.21. Побудувати в одній системі координат графіки парабол $y^2 = x^2 + 3$ та $y = -x^2 + 4$.

Розв'язання

```
> implicitplot({ y^2=x+3,y=-x^2+4},
x=-2*Pi..4, y=-4..6,
scaling=CONSTRAINED,color=black);
```

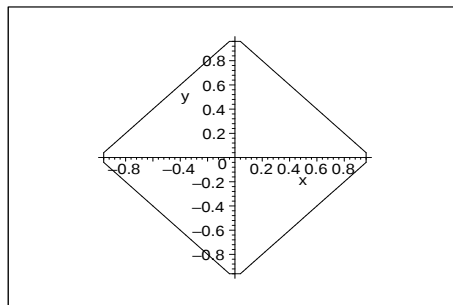


Приклад 6.22. На координатній площині xOy зобразити множину точок $M(x; y)$, координати яких задовольняють умову

$$|x| + |y| = 1.$$

Розв'язання

```
> implicitplot({ abs(x)+abs(y)=1}, x=-1..1,y=-1..1,
scaling=CONSTRAINED,color=black);
```



Приклад 6.23. На координатній площині xOy зобразити множину точок $M(x; y)$, координати яких задовольняють умову

$$|y| = |x^2 + 2x|.$$

Розв'язання

```
> implicitplot({ abs(y)=abs(x^2+2*x)},x=-4..4,
y=-3..3,color=black);
```