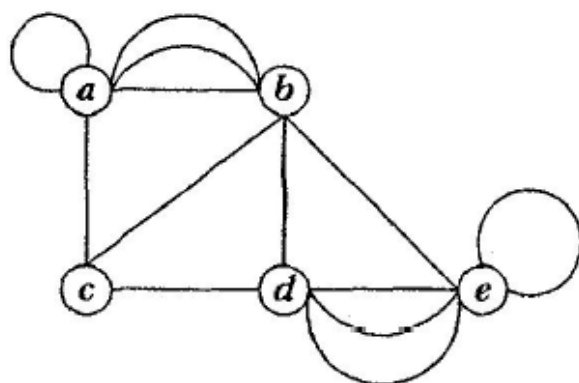
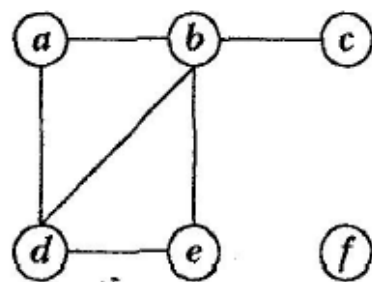


### 3.1 Основні означення та властивості

**3.1.1** Визначити кількість вершин, ребер та степені кожної вершини неорієнтованих графів а), б).

a)

b)



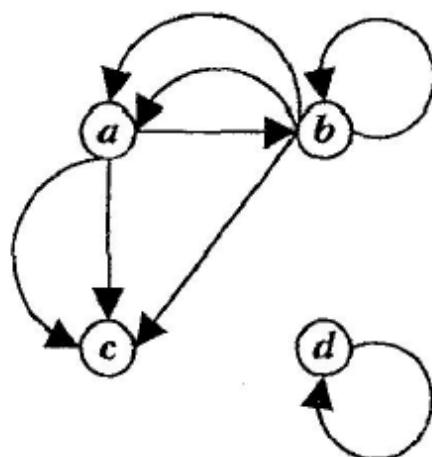
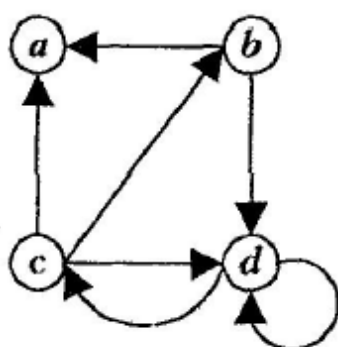
**3.1.2** Визначити суму степенів вершин кожного з графів задачі 3.1.1 та переконатись, що вона вдвічі більша за кількість ребер графа.

**3.1.3** Зобразити простий граф з 15 вершинами, кожна з яких має степінь 5.

**3.1.4** Визначити кількість вершин та дуг та знайти напів-степені входу та виходу для кожної вершини орієнтованих мультиграфів а), б).

a)

b)



**3.1.5** Для кожного з графів задачі 3.1.4 визначити суму напівстепенів входу та суму напівстепенів виходу вершин. Переконатися, що вони обидві рівні кількості дуг графів.

### 3.1.6 Побудувати графи:

a)  $K_7$ :

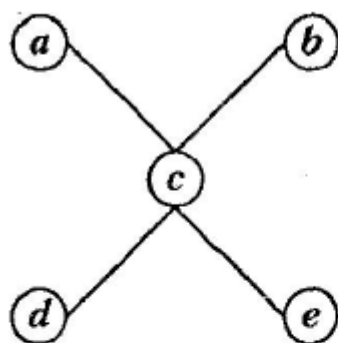
c)  $K_{44}$ ;

e)  $W_7$ :

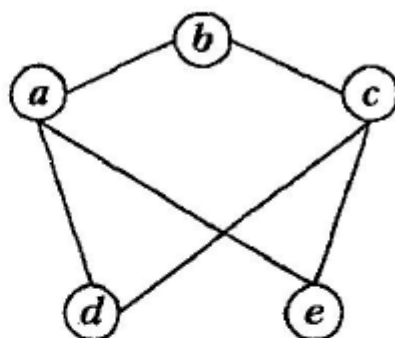
b)  $K_{1.8}$ ;d)  $C_7$ ;f)  $O_4$

3.1.7 Які з графів а) - d) є дводольними?

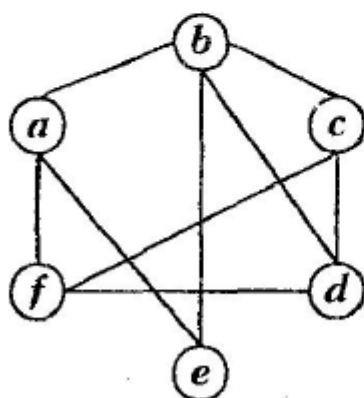
а)



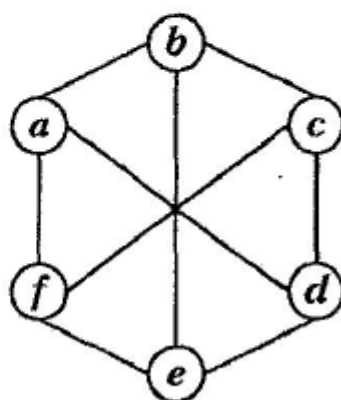
б)



в)



г)



3.1.8 Для яких значень  $n$  графи а) - d) є дводольними?

а)  $K_n$ ;

б)  $C_n$ ;

в)  $W_n$ ;

г)  $Q_n$ .

3.1.9 Скільки вершин та ребер мають графи а) - e)?

а)  $K_n$ ;

в)  $W_n$ ;

е)  $K_{m,n}$ .

б)  $C_n$ ;

г)  $Q_n$ ;

3.1.10 Скільки ребер має граф, у якого вершини мають такі степені: 4, 3, 3, 2, 2? Зобразити його.

3.1.11 Чи існує простий граф з вершинами таких степенів а) - f)? Якщо так, то зобразити його.

а) 3 3 3 3 2 ;

в) 1 2 3 4 5 ;

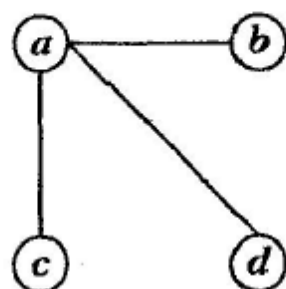
е) 0 1 2 2 3 ;

б) 3 4 3 4 3 ;

г) 1 2 3 4 4 ;

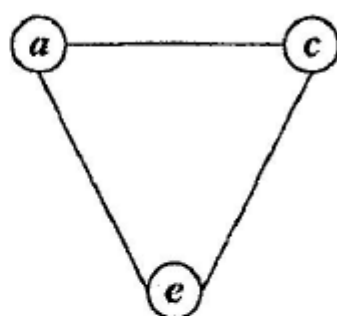
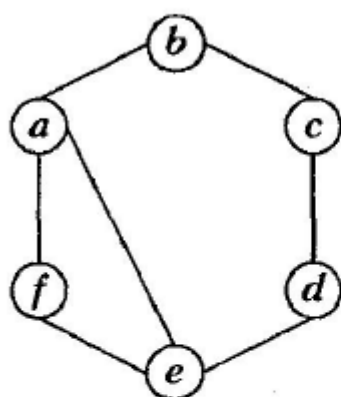
ф) 1 1 1 1 1 .

3.1.12 Зобразити всі підграфи графа, поданого на рисунку.

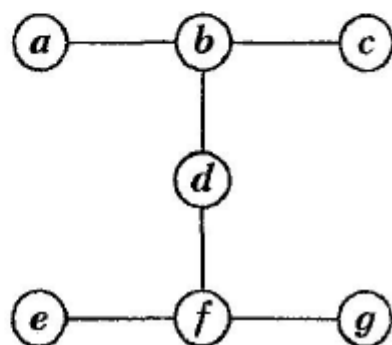
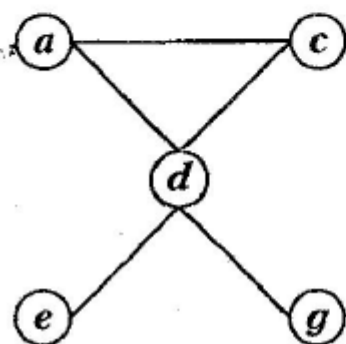


3.1.13 Знайти об'єднання пар простих графів а), б) (ребра з однаковими кінцевими точками вважати однаковими).

а)



б)



3.1.14 Нехай  $G$  - граф з  $v$  вершинами та  $e$  ребрами. Нехай  $M$  - максимальний степінь вершини цього графа, а  $m$  - мінімальний. Показати, що  $2e/v \geq m$  та  $2e/v \leq M$ .

3.1.15 Простий граф називається регулярним, якщо кожна його вершина має однаковий степінь. Граф називається  $n$ -регулярним, якщо кожна його вершина має степінь  $n$ . При якому  $n$  графи а) - д) регулярні?

а)  $K_n$  ;

б)  $C_n$  ;

в)  $W_n$  ;

г)  $Q_n$  .

**3.1.16** При яких  $m$  та  $n$  граф  $K_{m,n}$  регулярний ?

**3.1.17** Скільки вершин має регулярний граф степеня 4 з 10 ребрами ?