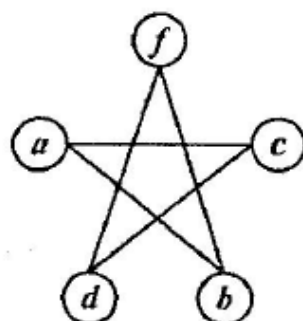
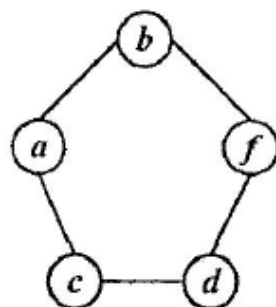


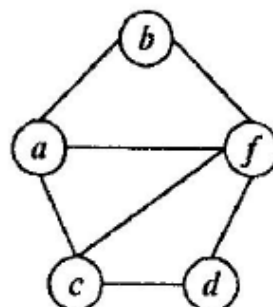
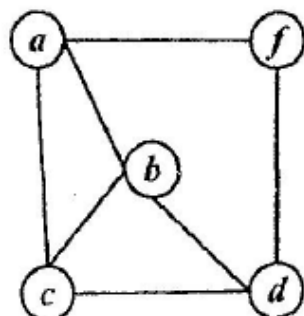
3.4 Ізоморфізм. Зв'язність. Перерахунок кількості шляхів між двома вершинами графа

3.4.1 Визначити, які з графів а) - f) ізоморфні.

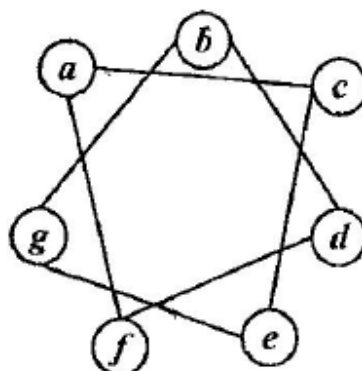
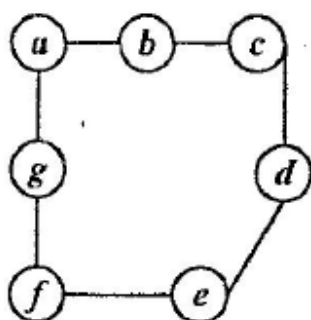
а)



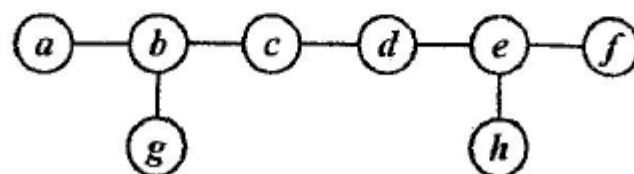
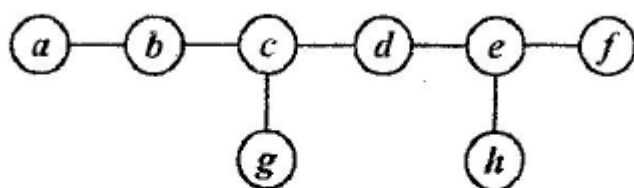
б)



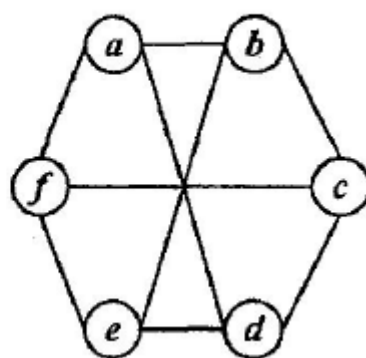
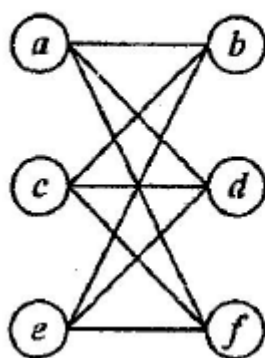
в)



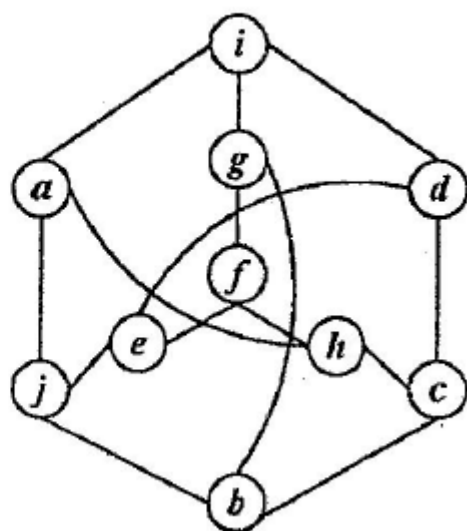
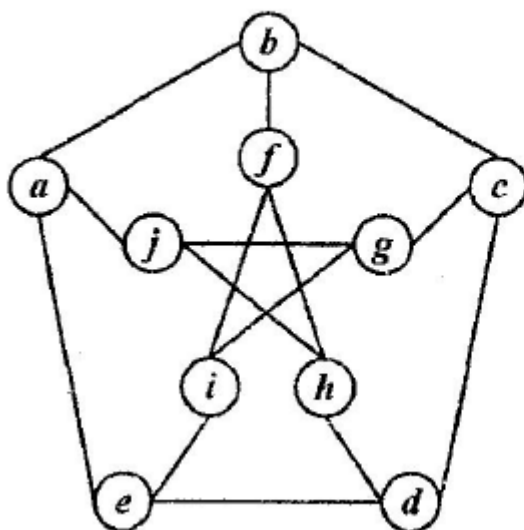
d)



e)



f)



3.4.2 Нехай G - простий граф. Доповняльним графом $\bar{G}$ називається граф, у якого та сама множина вершин, дві вершини в $\bar{G}$ з'єднані ребром тоді і лише тоді, коли вони не з'єднані ребром в графі G . Знайти:

- а) $\bar{K}_n$; б) $\bar{K}_{m,n}$; в) $\bar{C}_n$.

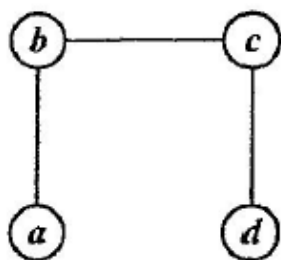
3.4.3 Простий граф G має 15 ребер, граф $\bar{G}$ має 13 ребер. Знайти кількість вершин графа G .

3.4.4 Простий граф G має n вершин та m ребер. Знайти кількість ребер графа $\bar{G}$.

3.4.5 Показати, що, якщо G - простий граф з n вершинами та m ребрами, то об'єднання G та $\bar{G}$ утворює граф K_n .

3.4.6 Нехай G та H - ізоморфні прості графи. Довести, що їх доповняльні графи $\bar{G}$ та $\bar{H}$ також ізоморфні.

3.4.7 Простий граф G називається самодоповняльним, якщо G та $\bar{G}$ - ізоморфні. Довести, що граф на рисунку самодоповняльний.



3.4.8 Знайти самодоповняльний простий граф з п'ятьма вершинами.

3.4.9 Скільки існує неізоморфних простих графів з n вершинами, де n дорівнює

- а) 2; б) 3; в) 4?

3.4.10 Скільки існує неізоморфних простих графів з п'ятьма вершинами та трьома ребрами?

3.4.11 Вияснити, чи є ізоморфними прості графи з матрицями суміжності а) - с).

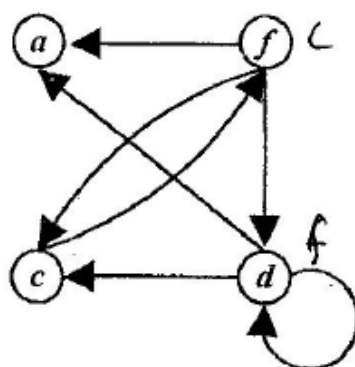
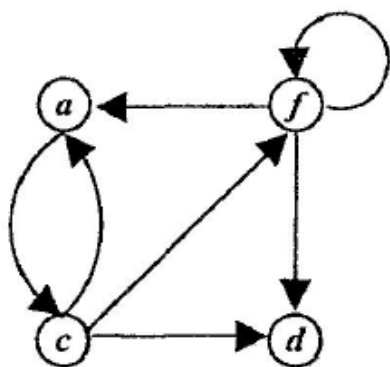
a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

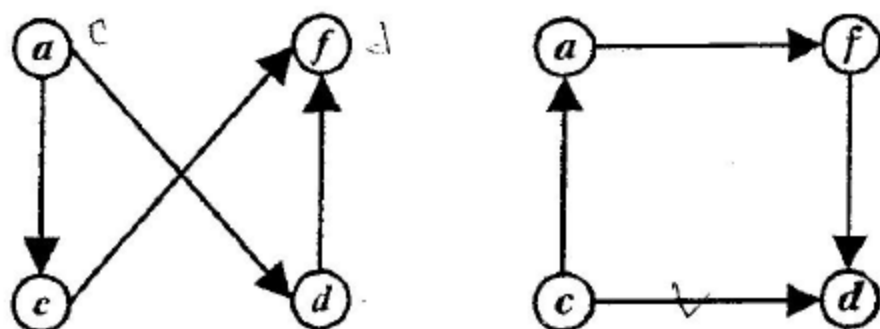
c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3.4.12 Визначити, які пари орієнтованих графів а) - с) ізоморфні.

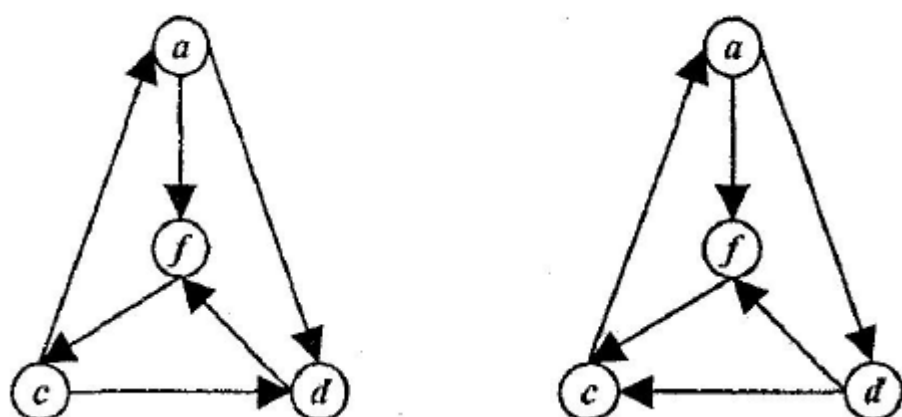
а)



b)



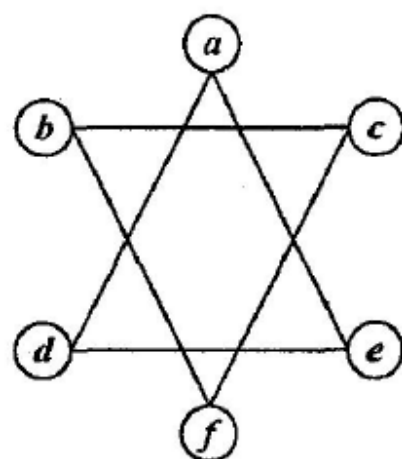
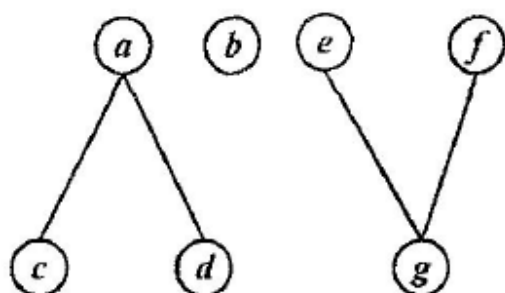
c)



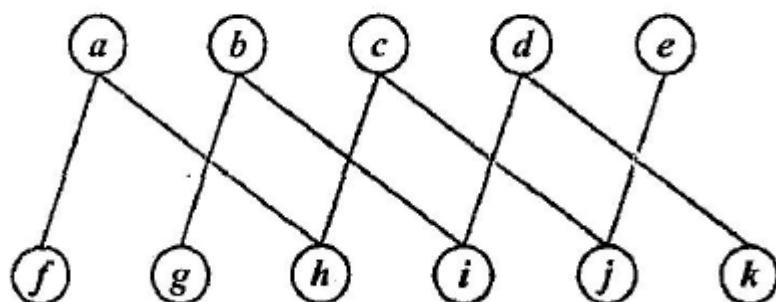
3.4.13 Визначити, який із графів а) - с) зв'язний.

a)

b)



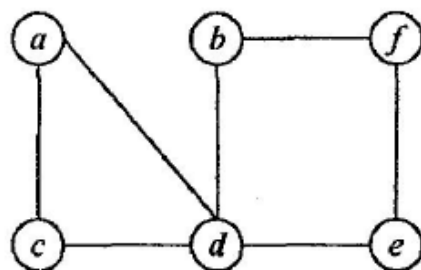
c)



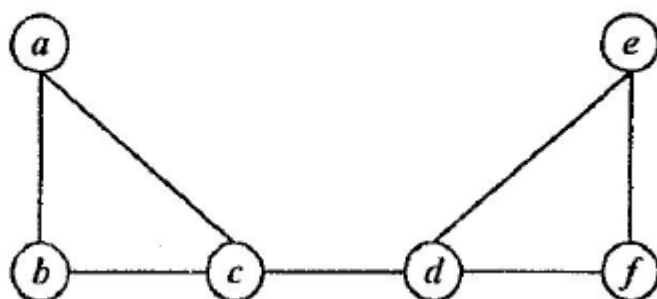
3.4.14 Скільки компонент має кожний із графів задачі 3.4.13 ? Вказати ці компоненти.

3.4.15 Знайти роз'єднувальні вершини графів а) - с).

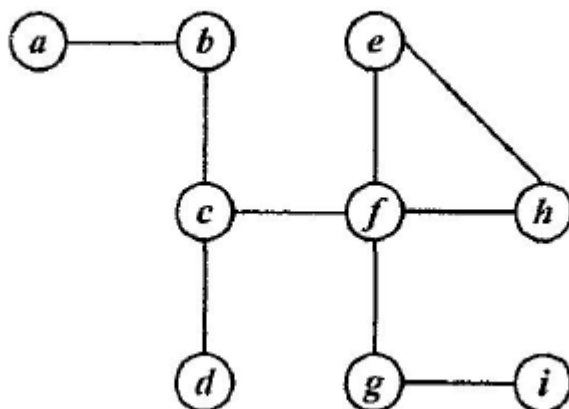
а)



б)



с)



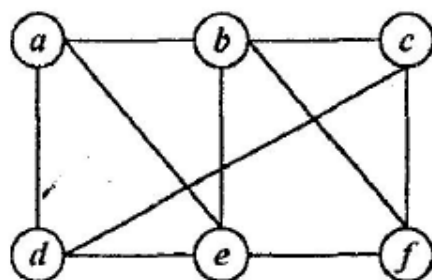
3.4.16 Знайти всі мости у графах задачі 3.4.15.

3.4.17 Знайти кількість шляхів довжини n між двома різними вершинами графа K_4 , якщо n дорівнює 2; 3; 4; 5.

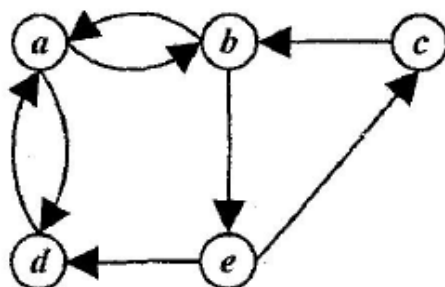
3.4.18 Знайти кількість шляхів довжини n між двома несуміжними вершинами графа $K_{3,3}$, якщо n дорівнює 2; 3; 4; 5.

Визначити те саме для суміжних вершин.

3.4.19 Знайти кількість шляхів довжин n між вершинами s та d у графі, зображеному на рисунку, для $n = 2; 3; 4; 5; 6; 7$.



3.4.20 Знайти кількість шляхів довжин n між вершинами a та e у графі, зображеному на рисунку, для $n = 2; 3; 4; 5; 6; 7$.



3.4.21 Показати, що вершина s у зв'язному простому графі G є роз'єднувальною тоді і лише тоді, коли існують вершини u та v , відмінні від s такі, що будь-який шлях від u до v проходить через s .