

## 5.1 Зображення відношень. Властивості відношень. Відношення еквівалентності. Відношення часткового порядку

**5.1.1** Задати кожне з відношень а) - d) на  $\{1,2,3\}$  з допомогою матриці:

- a)  $\{(1,1),(1,2),(1,3)\}$ ;
- b)  $\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3)\}$ ;
- c)  $\{(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)\}$ ;
- d)  $\{(1,3),(3,1)\}$ .

**5.1.2** Виписати впорядковані пари елементів відношення на множині  $\{1,2,3\}$ , які відповідають матрицям а) - с) (рядки та стовпці відповідають числам, які розташовані у порядку зростання):

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Визначити, які з цих відношень є рефлексивними, симетричними, антисиметричними, асиметричними, іррефлексивними, транзитивними.

**5.1.3** Нехай  $R_1$  та  $R_2$  - відношення на множині  $A=\{1,2,3\}$ , які зображені матрицями

$$M(R_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad M(R_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайти матриці, які зображають відношення:

- a)  $R_1 \cup R_2$ ;
- b)  $R_1 \cap R_2$ ;
- c)  $R_1 \oplus R_2$ ;
- d)  $R_2 \circ R_1$ ;
- e)  $R_1 \circ R_1$ .

**5.1.4** Нехай відношення  $R$  зображене матрицею

$$M(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{Знайти матричне зображення для}$$

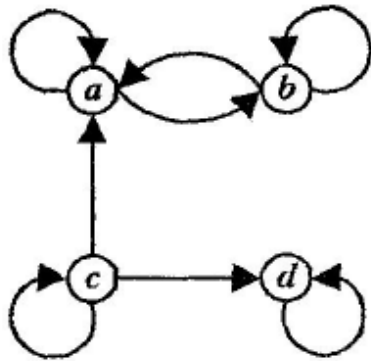
- a)  $R^2$ ;
- b)  $R^3$ ;
- c)  $R'$ .

5.1.5 Зобразити орієнтовані графи для відношень задач 5.1.1 та 5.1.2.

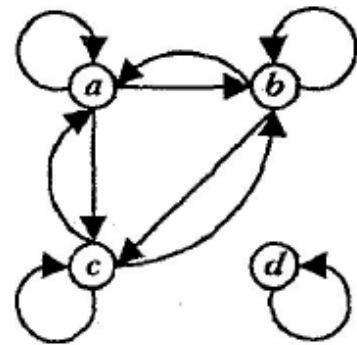
5.1.6 Зобразити орієнтовані граф<sup>и</sup> відношення  $\{ (a,a), (a,b), (b,c), (c,b), (c,d), (d,a), (d,b) \}$  на множині  $\{ a,b,c,d \}$ .

5.1.7 Виписати впорядковані пари елементів, які зображають кожне відношення, задане графами а) - с) та визначити властивості цих відношень.

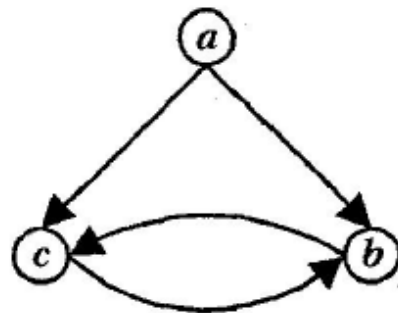
а)



б)



с)



5.1.8 Які з відношень а) - f) на множині  $\{0,1,2,3\}$  є відношеннями еквівалентності? Відношеннями часткового порядку?

а)  $\{ (0,0), (1,1), (2,2), (3,3) \}$  ;

б)  $\{ (0,0), (0,2), (2,0), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3) \}$  ;

с)  $\{ (0,0), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3) \}$  ;

д)  $\{ (0,0), (1,1), (1,3), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3) \}$  ;

е)  $\{ (0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,3) \}$  ;

ф)  $\{ (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,1), (1,3), (2,2), (3,3) \}$  .

**5.1.9** Які з матриць а) - с) зображають відношення еквівалентності ?

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**5.1.10** Які з матриць а) - с) зображають відношення часткового порядку ?

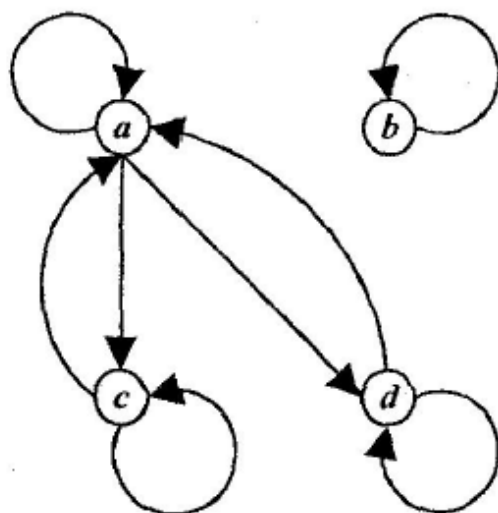
$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**5.1.11** Які з графів а) - с) зображають відношеннями еквівалентності ?

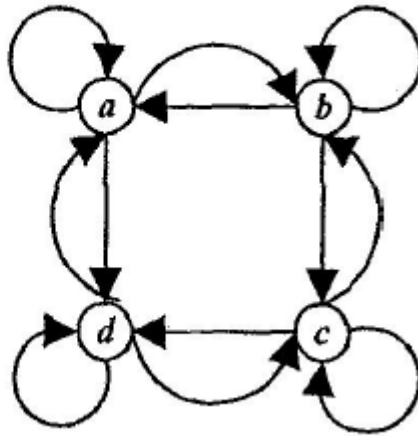
а)



б)

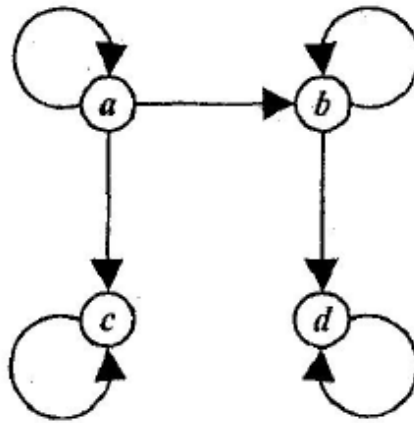


c)

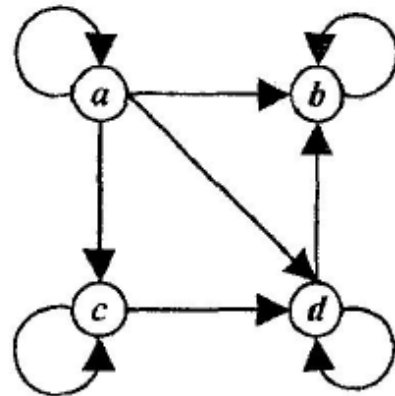


5.1.12 Які з графів а) - с) зображують відношення часткового порядку?

a)



b)



c)

