Затверджую
Завідувач кафедри
прикладної математики і
механіки
ЛДУ БЖД

"__" _____20___ р.

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА

ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАНЯТТЯ
З КУРСАНТАМИ ТА СТУДЕНТАМИ __2__ *КУРСУ*
З ДИСЦИПЛІНИ __СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

ТЕМА: № 5. Розв'язання задач з теорії сітьового планування та управління (СПУ).

Методична розробка обговорена на засіданні кафедри
Протокол № ____ від _____20 р.

м. Львів

ТЕМА: № 5. Розв'язання задач з теорії сітьового планування та управління (СПУ)

Мета заняття

навчальна: ознайомити студентів з основними задачами з теорії СПУ; навчити знаходити критичний шлях та параметри подій.

виховна: виховання свідомого ставлення до вивчення предмету, самостійності, відповідальності та організованості при підготовці до занять.

розвиткова: розвиток логічного та абстрактного мислення, розвиток просторової уяви.

Навчальний час: 2 години.
Місце проведення: згідно з розкладом.
Забезпечення заняття: ПК, МП.

Література:

1. *Махней О.В., Гой Т.П.* (2013). Математичне забезпечення автоматизації прикладних досліджень. Івано-Франківськ: Сімик, 304.
2. *Білоус А.Б., Могила І.А.* (2012). Оптимізаційні задачі на транспорті. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 32 с.

Структурні елементи заняття

- організаційно-вступна частина;
- вивчення нового матеріалу з одночасним виконанням прикладів на ПК;
- закріплення нового матеріалу;
- видача завдання для самостійного виконання.

Розробила:
доцент кафедри прикладної математики і механіки,
к. ф.-м. наук Оксана Чмир

Критичний шлях.

Нехай побудовано сітьовий графік деякого комплексу робіт. Задано час виконання окремих робіт. За який час можна виконати всі роботи?

Для визначення мінімального часу, необхідного для виконання комплексу робіт, потрібно знайти шлях від вихідної події до завершальної із найбільшою тривалістю $L_{кр}$. Такий шлях називають **критичним шляхом**. Роботи та події розташовані на цьому шляху називають **критичними роботами та подіями.** Від тривалості критичних робіт залежить загальний термін закінчення всіх робіт. Скорочення або збільшення термінів виконання критичних робіт відповідно скорочує або збільшує загальний термін виконання всіх робіт.

Роботи, що не лежать на критичному шляху, називають **некритичними.** Некритичні роботи дозволяють деяке запізнення у їх виконанні, яке не призведе до зміни термінів виконання всього проекту.

Для знаходження критичного шляху будемо використовувати алгоритм аналогічний алгоритму Дейкстри.

Крок 0. Позначаємо початкову вершину індексом $\lambda_0 = 0$.

Крок *k*. Позначаємо вершину *k* індексом $\lambda_k = \max\limits_{i<k}(\lambda_i + l_{i,k})$, де $l_{i,k}$ – час виконання роботи (i,k).

Круг, що зображає події, будемо розділяти на три сектори (рис. 1.). В нижньому секторі будемо проставляти номер події, в лівому – λ_k.

Приклад 1. В результаті аналізу комплексу робіт складено сітьовий графік, який відображає порядок виконання робіт (рис.1.). Потрібно знайти критичний шлях і розрахувати його протяжність за часом.

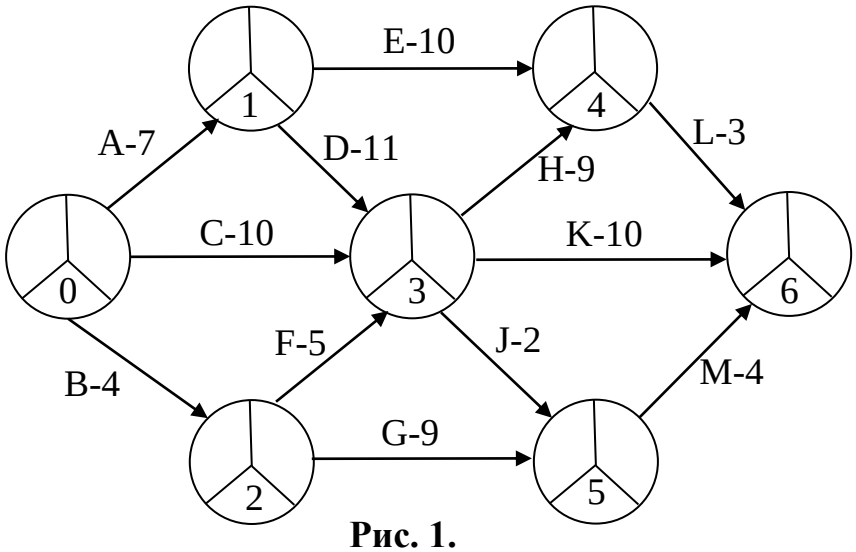


Рис. 1.

Розв'язання.

Позначимо нульову вершину індексом $\lambda_0 = 0$. Перша та друга вершини мають по одній вхідній дузі, тому $\lambda_1 = l_{0,1} = 7$, $\lambda_2 = l_{0,2} = 4$. Для решти подій скористаємось формулою

$$\lambda_k = \max_{i<k}(\lambda_i + l_{i,k}).$$

Отримані значення $\lambda_3 = 18$, $\lambda_4 = 27$, $\lambda_5 = 20$, $\lambda_6 = 30$ проставимо в лівому секторі вершин графа (рис.2.). Критичний шлях визначимо методом зворотнього ходу. Таким чином, критичним є шлях 0→1→3→4→6, тривалість його $L_{кр} = 30$, критичні роботи A, D, H, L.

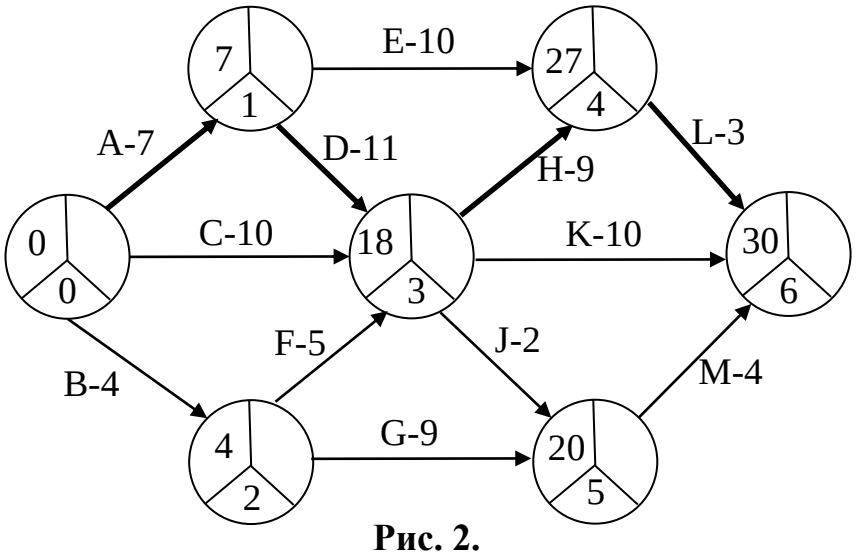


Рис. 2.

Параметри подій

Всі події характеризуються раннім терміном настання події $t_p(i)$ та пізнім терміном настання події $t_n(i)$.

Ранній термін настання події визначається величиною максимального шляху, що передує цій події ($t_p(i) = \lambda_i$, проставляється у лівому секторі події).

Пізній термін настання події, при якому запланований термін виконання проекту не міняється, обчислюємо за формулою

$$t_n(i) = \min_j(t_n(j) - l_{i,j}),$$

де *j* – події, наступні за подією *i*. Проставляється у правому секторі події.

Для подій, що лежать на критичному шляху ранні та пізні терміни настання події співпадають.

Резерв часу *i* - ої події $R(i)$ визначається за формулою

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i).$$

Резерв часу вказує, на який допустимий період часу можна затримати настання цієї події, не збільшуючи терміну виконання комплексу робіт.

Поняття ранніх та пізніх термінів настання події відіграють важливу роль у процесі виконання проекту. Якщо всі події настають не пізніше термінів $t_n(i)$, то проект виконується нормально. Якщо деяка подія настає пізніше ніж $t_n(i)$, то потрібно застосовувати додаткові міри для прискорення виконання робіт в цій частині проекту.

Приклад 2. Для сітьового графіка (рис. 2.) знайти пізні терміни настання подій та резерви часу для кожної події.

Розв'язання.

Для обчислення пізніх термінів настання подій $t_n(k)$ користуємось формулою

$$t_n(k) = \min_{j>k}(t_n(j) - l_{k,j}),$$

де j – це події, наступні за подією k. Отримані значення $t_n(6) = 30$, $t_n(5) = 26$, $t_n(4) = 27$, $t_n(3) = 18$, $t_n(2) = 13$, $t_n(1) = 7$, $t_n(0) = 0$ проставимо в правому секторі вершин графа (рис. 3.).

Визначимо резерви подій. Критичні події не мають запасу часу, для решти робіт маємо $R(2) = 13 - 4 = 9$, $R(5) = 26 - 20 = 6$.

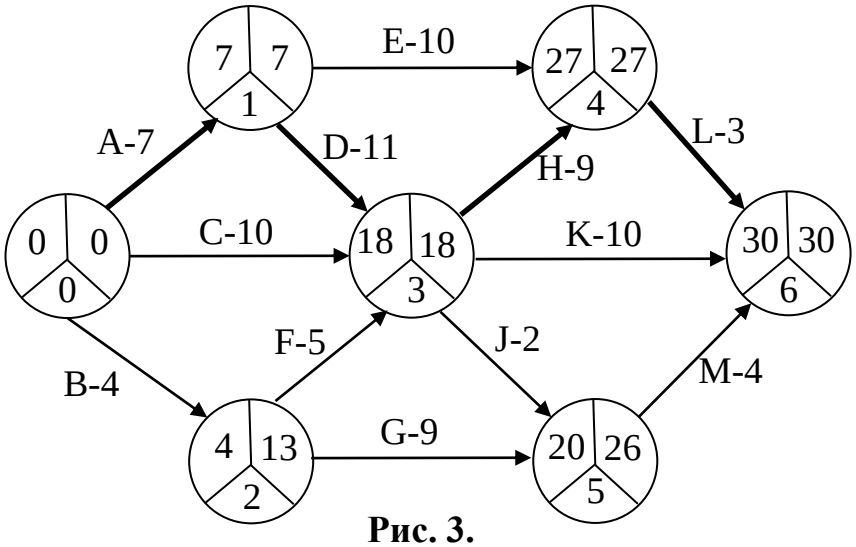


Рис. 3.

Побудова часового графіка

Сітьовий графік проекту будується без масштабу часу. Через це сітьовий графік хоч і дає уявлення про порядок виконання робіт, але недостатньо наглядний для визначення робіт, які виконуються в кожен момент часу. Тому, крім сітьового графіка проекту, будують також часовий графік (діаграма Ганта). На осі абсцис відкладається час, на осі ординат – роботи. Критичні роботи будують суцільними лініями послідовно без часових зазорів та перекривань. Таким чином, їх сумарна тривалість дорівнює тривалості виконання всього процесу.

Некритичні роботи зображаються максимальними інтервалами виконання, які перевищують реальну тривалість виконання цих робіт. Некритичні роботи зображаються пунктирними лініями.

Виникає питання, як вибрати час початку виконання некритичних робіт? Зазвичай некритичні роботи починають якомога раніше. В такому випадку залишається запас часу, який можна використати для вирішення проблем, що неочікувано виникли під час виконання роботи. Разом з тим за необхідності можна перенести початок виконання деякої роботи. Припустимо, що для двох некритичних робіт використовується одне і те ж обладнання. Тоді можна виключити часове накладання цих робіт, почавши одну з робіт (якщо це можливо) після завершення іншої. Також, якщо ми починаємо всі роботи як можна раніше, то при цьому може порушуватись черговість виконання робіт.

Побудуємо часовий графік для сітьового графіка, заданого на рис. 1. Критичні роботи будуємо послідовно одну за одною без часових зазорів та перекривань суцільними лініями (рис.4.). Некритичні роботи зображаємо максимальними інтервалами виконання, які перевищують реальну тривалість виконання цих процесів. Для кожної некритичної роботи вибираємо початок виконання так, щоб або всі роботи починались як раніше, або щоб кількість робіт, що виконуються одночасно, була мінімальною (червоні лінії).

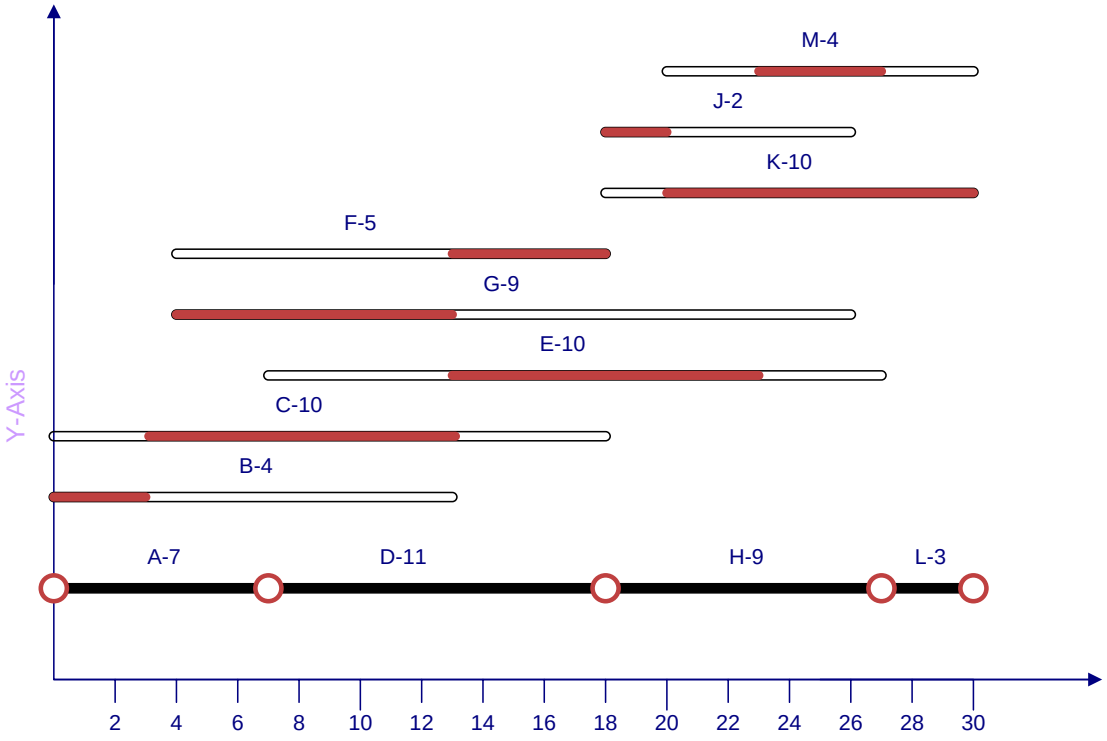
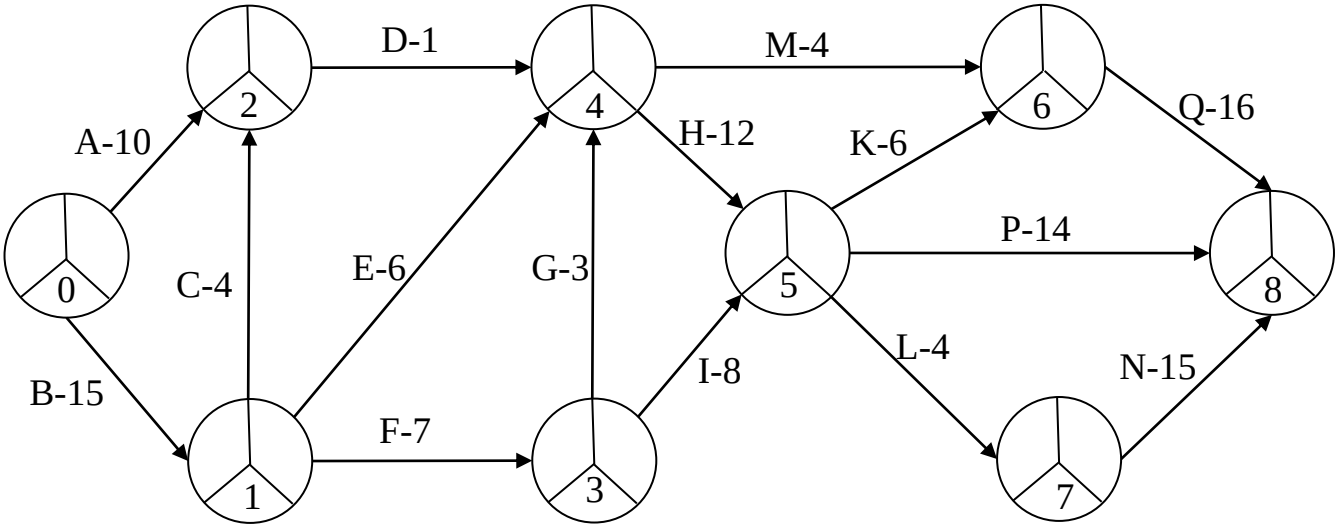


Рис. 4.

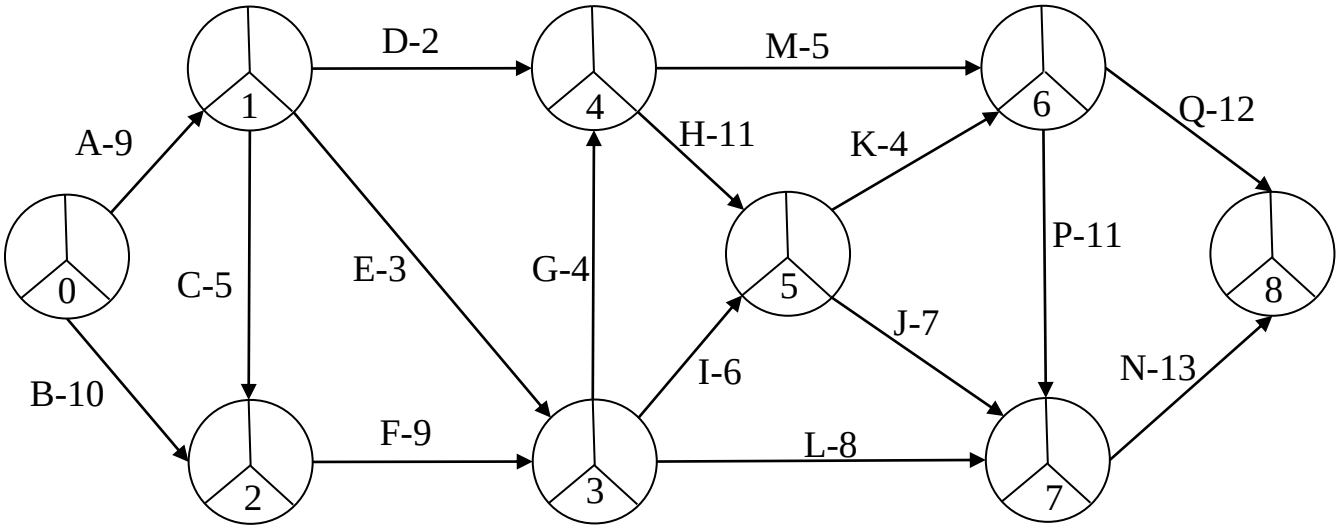
Завдання для самостійного виконання.

1. Для заданих сітьових графів визначити реальні та пізні терміни настання подій, критичний шлях, резерви часу кожної події та побудувати часовий графік.

а)



б)



2. Побудувати мережевий графік проекту організації транспортного процесу при вивезенні вантажів автомобільним транспортом із залізничної станції та визначити критичний шлях за даними, наведеними у таблиці.

Назва роботи	Код роботи	Тривалість роботи, хв.					
		Випадок 1	Випадок 2	Випадок 3	Випадок 4	Випадок 5	Випадок 6
Огляд вагону	1-2	9	8	7	7	5	4
Подавання автомобіля	1-3	7	7	4	5	7	6
Пред’явлення документів	3-4	1	4	1	2	3	4
Відкриття дверей вагону	2-5	1	2	4	3	4	1
Отримання документів	2-4	4	1	4	3	1	1
Перевірка документів	4-6	2	3	2	1	2	3
Видання дозволу на завантаження	6-7	4	3	4	3	4	1
Отримання дозволу на завантаження	5-7	2	4	1	3	2	3
Завантаження автомобіля	7-8	40	40	45	30	25	20
Контроль за завантаженням	4-8	40	40	45	30	25	20
Оформлення документів	8-10	4	4	1	4	2	3
Вказівка на очищення вагону	8-9	2	2	2	4	2	4
Оформлення документів	9-10	2	4	2	3	3	1
Очищення вагону	9-11	17	17	14	14	14	14
Контроль за очищенням	10-11	17	17	14	14	14	14