Taras Shevchenko National University of Kyiv
(Faculty of Cybernetics)
International Institute
for Applied Systems Analysis (Austria)
Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
Ivan Franko National University of Lviv
Lviv Polytechnic National University
System Analysis Committee of Presidium National Academy of Sciences of Ukraine
Academy of Sciences "Vysha Skola" of Ukraine

XXI International Conference

PROBLEMS OF DECISION MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2013)

ABSTRACTS

May 13-17, 2013
Skhidnytsia, Ukraine

УДК 007 (100)(06)
ББК 32.81я43

ISBN 978-966-8725-08-1

ЗБІЖНІСТЬ ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ В УМОВАХ ЛОКАЛЬНОГО БАЛАНСУ

Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Будз І.С.
Національний університет "Львівська політехніка"
yaroslav_chab@yahoo.com

Неперервна процедура стохастичної апроксимації з імпульсним збуренням в ергодичному марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації [1] визначається стохастичним диференціальним рівнянням:

$$du^{\varepsilon}(t) = a(t)[C(u^{\varepsilon}(t);x(t/\varepsilon^2))dt + d\eta^{\varepsilon}(t)], \quad u^{\varepsilon}(0) = u_0 \qquad (1)$$

де $C(u,x), u \in R^d$, - функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t), t > 0$ у фазовому просторі станів $(X, \boldsymbol{X})$, $u^{\varepsilon}(t), t > 0$ – випадкова еволюція, ε - малий параметр серій [2]. Для генератора Q марковського процессу $x(t), t \geq 0$, зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in X$, визначений потенціал R_0 [3].

Імпульсний процес збурень $\eta^{\varepsilon}(t), t > 0$ в схемі дифузійної апроксимації задається співвідношенням $\eta^{\varepsilon}(t) := \varepsilon\eta(t/\varepsilon^2)$, де

$$\eta(t) = \int_0^t \eta(ds; x(s)),$$

$\eta(t;x), t > 0, x \in X$ - сімейство процесів з локально незалежними приростами. Процес $\eta^{\varepsilon}(t), t > 0$ визначається генератором [2]

$$\mathbf{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\phi(u) = \varepsilon^{-2} \int_{R^d} [\phi(u + \varepsilon v) - \phi(u)]\Gamma(u; dv; x).$$

Усереднена функція регресії визначається співвідношенням [3]:

$$C(u) = \int_X \pi(dx) C(u;x).$$

Теорема . Нехай існує функція Ляпунова $V(u) \in C^3(R^d)$, для усередненої динамічної системи $du(t) = C(u(t))dt$, що забезпечує умову експоненційної стійкості

$C1: \ C(u)V'(u) < -cV(u), c > 0,$

та задовольняє додатковим умовам:

$C2: |\boldsymbol{B}(x)V(u)| < c_1(1+V(u)), c_1 > 0$,

$C3: |\delta_\Gamma^\varepsilon(u;x)V(u)| < c_2(1+V(u)), c_2 > 0$,

$C4: |\mathbf{C}(x)R_0\tilde{\mathbf{C}}(x)V(u)| < c_3(1+V(u)), c_3 > 0$,

$C5: |\boldsymbol{B}(x)R_0\tilde{\mathbf{C}}(x)V(u)| < c_4(1+V(u)), c_4 > 0$,

$C6: |\delta_\Gamma^\varepsilon(u;x)R_0\tilde{\mathbf{C}}(x)V(u)| \le c_5(1+V(u)), c_5 > 0$,

де $\tilde{\mathbf{C}}(x)V(u) = [\mathbf{C}(x) - \mathbf{C}]V(u)$, $\mathbf{C}(x)V(u) = C(u;x)V'(u)$, $\mathbf{C}V(u) = = C(u)V'(u)$, $\boldsymbol{B}(x)V(u) = B(u;x)V''(u)$, а $\left\|\delta_\Gamma^\varepsilon(u;x)V(u)\right\| \to 0,\ \varepsilon \to 0$.

Нехай виконується умова локального балансу

$$b(u;x) := \int_{R^d} v\Gamma(u;dv;x) = 0$$

а нормуюча функція $a(t) > 0$ задовольняє умовам:

$$\int_0^\infty a(t)dt = \infty, \int_0^\infty a^2(t)dt < \infty.$$

Тоді, для кожного початкового значення $u^\varepsilon(0) = u_0 \in R^d$, розв'язок рівняння (1) при будь-якому $\varepsilon < \varepsilon_0$, ε_0 - достатньо мале, збігається з ймовірністю 1 до точки рівноваги u^*, що однозначно визначається рівнянням $C(u^*) = 0$:

$$\mathsf{P}\{\lim_{t\to\infty} u^\varepsilon(t) = u^*\} = 1.$$

Література

1. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / Korolyuk V., Limnios N. - World Scientific Publishing, 2005. – 330 P.
2. Korolyuk V.S. Random evolutions with locally independent increments on increasing time intervals / Korolyuk V.S. // Journal of Mathematical Sciences, Vol. 179, No. 2, November, 2011. – P. 273 – 289.
3. Кийковская О.И. Случайная эволюция в схеме асимптотически малой диффузии с марковскими переключениями / Кийковская О.И., Чабанюк Я.М. // Кібернетика і системний аналіз. – 2013. № 2. – С. 119 – 125.

ГЕНЕРАТОР НОРМОВАНОЇ ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В СХЕМІ ДИФУЗІЙНОЇ АПРКСИМАЦІЇ

Кукурба В.Р., Чабанюк Я.М., Ракоча І.І.
Національний університет "Львівська політехніка"
vkuku@i.ua

Неперервна процедура стохастичної оптимізації в напівмарковському середовищі[1] в схемі дифузійної апроксимації задається еволюційним рівнянням:

$$\frac{du^{\varepsilon}(t)}{dt} = a(t)C^{\varepsilon}(u^{\varepsilon}(t); x(t/\varepsilon^4)), (1)$$

де $C^{\varepsilon}(u;x) - \nabla_{b(t)}C(u;x) + \varepsilon^{-1}C_0(u;x)$,

$\nabla_{b(t)}C(u;x) = \frac{(C(u+b(t);x) - C(u-b(t);x))}{2b(t)}$, $u \in R$. Функція регресії $C^{\varepsilon}(u;x)$, $u \in R$, $x \in X$ задовольняє умовам існування глобального розв'язку супроводжуючих систем $du_x^{\varepsilon}(t)/dt = C^{\varepsilon}(u_x^{\varepsilon}(t);x), x \in X$.

Функція регресії $C(u;x)$ така, що $C(u;\cdot) \in C^3(R)$, тобто допускає наступний розклад псевдо градієнта
$\nabla_{b(t)}C(u;x) = C^{(1)}(x) + uC^{(2)}(x) + u^2C_{(3)}(u;x)$,
де $C^{(1)}(x) = C'(0;x), C^{(2)}(x) = C''_u(0;x)$, $C^{(3)}(x) = C''_u(\theta u, x), 0 < \theta < 1$.
де $C(u,x), u \in R$, - функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного напівмарковського процесу $x(t), t > 0$ у фазовому просторі станів $(X, \mathbf{X})$, $u^{\varepsilon}(t), t > 0$ – випадкова еволюція, ε - малий параметр серій [2]. Для генератора Q супроводжуючого марковського процессу $x_0(t), t > 0$, зі стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in \mathbf{X}$, визначений потенціал R_0 [2]. В процедурі (1) $a(t) = a/t$, $b(t) = b/t^{1/4}$, $0 < t_0 < t$, $a, b > 0$. Для нормованої процедури $v^{\varepsilon}(t) = \varepsilon^{-1}\sqrt{t}[u^{\varepsilon}(t) - \varepsilon C_0^{\varepsilon}(t)]$, справджується наступна лема.

Лема. Компенсуючий оператор на тест-функціях $\varphi(v, w, \cdot) \in C^{3,3}(R \times R)$ допускає асимптотичне представлення

$$\mathrm{L}_t^{\varepsilon}\varphi(v, w, x) = [\varepsilon^{-4}Q + \varepsilon^{-2}\frac{a}{t}Q_1(x)\mathrm{P} +$$

$$+\varepsilon^{-1}\frac{a}{\sqrt{t}}Q_2(x)\mathrm{P}+\frac{a}{t}Q_3(x)\mathrm{P}+\theta_L^\varepsilon(x)]\phi(v,w,x),$$

де

$$Q_1(x)\varphi(v,w)=C_0(x)\varphi'_w(v,w), Q_2(x)\varphi(v,w)=(1+\frac{z}{\sqrt{t}})C^{(1)}(x)\varphi'_v(v,w),$$

$$Q_3(x)\varphi(v,w)=[C^{(2)}(v,w,x)\varphi'_v(v,w)+\frac{a}{t}\mu_2(x)C_0^2(x)\varphi''_w(v,w)+$$

$$+\frac{z^2}{2}C_0^{(2)}(x)\varphi''_w(v,w)], \mu_2(x)=\frac{g_2(x)}{2g(x)},$$

$$g(x):=\int_0^\infty \overline{G}_x(t)dt,\ z=\frac{v^\varepsilon(t)}{\sqrt{t}}+w,\ w=C_0^\varepsilon(t),$$

де дифузійне збурення $C_0^\varepsilon(t)$ визначається через $C_0(u;x)$ з (2):

$C_0^\varepsilon(t)-\varepsilon^{-2}a\int_0^t C_0(u^\varepsilon(s);x(\frac{s}{\varepsilon^4}))\frac{1}{s}ds.$ а залишковий член $\theta_L^\varepsilon(x)$

такий, що $\|\theta_L^\varepsilon(x)\varphi(v,w,x)\|\to 0,\varepsilon\to 0.$

Література

1.Kukurba V.R., Yarka Y.B. Convergence of stochastic optimization procedure in semi-Markov media // Applied Statistics. Actuarial and Financial Mathematics. №1, 2012, P. 64-69.

2. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space / Korolyuk V., Limnios N. - World Scientific Publishing, 2005. – 330 P.

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ДОПУСТИМОЇ МНОЖИНИ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

[1]Кулян В.Р., [2] Юнькова О.О., [1]Рутицька В.В.

[1]Київський національний університет імені Тараса Шевченка

[2]Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана

v.kulyan@gmail.com

Вектор параметрів моделі [1] розглянемо у вигляді $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)$ за умови $x(t_0)=x_0$ при $t\in[t_0,t_1]$. Нехай точка $\alpha_0=(\alpha_{0_1},\alpha_{0_2})$ із простору параметрів є розв'язком задачі параметричної ідентифікації моделі. Навколо α_0 опишемо коло ванного результата, мы излишне страхуемся и поэтому расчеты, основанные на точке зрения «крайнего пессимизма», всегда должны корректироваться разумной долей оптимизма с известной степенью риска. И все же, в этой ситуации целесообразно руководствоваться постулатом физиков начала XX в.: «Всякое событие, имеющее отличную от нуля вероятность, обязательно произойдет».

ПРО ЗБІЖНІСТЬ ПРОЦЕДУРИ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ

[1]Чабанюк Я.М., [1]Хімка У.Т., [2]Кінаш А.В.
[1]Національний університет «Львівська політехніка»
[2]Львівський національний університет ім. І.Франка
yaroslav_chab@yahoo.com sunnygirl5@ukr.net

Неперервна процедура стохастичної оптимізації в ергодичному марковському середовищі з імпульсним збуренням задається рівнянням:

$$du^{\varepsilon}(t) = a(t)[\nabla_{b(t)}C(u^{\varepsilon}(t), x(t/\varepsilon^2))dt + \varepsilon d\eta^{\varepsilon}(t)], \qquad (1)$$

де $\nabla_{b(t)}C(u;x) = (1/2b(t))(C(u+b(t);x) - C(u-b(t);x))$, $u \in R$. Марковський процес $x(t), t \geq 0$, в стандартному фазовому просторі $(X, \boldsymbol{X})$ задається генератором: $\mathbf{Q}\phi(x) = q(x)\int_X P(x,dy)[\phi(y) - -\phi(x)]$, $\phi \in B(X)$, де $B(\boldsymbol{X})$ - банахів простір дійснозначних обмежених функцій з супремум - нормою $\|\phi\| = \max_{x\in X}|\phi(x)|$ [1].

Потенціальний оператор R_0 генератора $\mathbf{Q}$ визначається співвідношенням: $R_0 = \Pi - (\Pi + \mathbf{Q})^{-1}$, де $\Pi\phi(x) = \int_X \pi(dy)\phi(y)$ - проектор на підпростір $N_Q = \{\phi : \mathbf{Q}\phi = 0\}$ нулів оператора $\mathbf{Q}$. Імпульсний процес збурень $\eta^{\varepsilon}(t), t > 0$ задається генераторами $\mathbf{\Gamma}_w^{\varepsilon}(x)\phi(u,w,x) = \varepsilon^{-2}\int_R [\phi(u, w+\varepsilon v, x) - \phi(u,w,x)]\Gamma(dv;x)$, $x \in X$, з моментами $b_1(x) := \int_R v\Gamma(dv;x)$ та $b_2(x) := \int_R v^2\Gamma(dv;x)$ [2].

Розглянемо усереднену систему:

$$du = C'(u)dt, C(u) = \int_X \pi(dx)C(u;x). \qquad (2)$$

Теорема. *Нехай функція Ляпунова* $V(u) \in C^3(R)$, *для системи (2) така, що задовольняє умову експоненційної стійкості:* $C1: C'(u)V'(u) < -cV(u), c > 0,$ *а також додаткові умови:*

$$C2: |(\nabla_{b(t)}C(u) - C'(u))V'(u)| \le c_1 b^2(t)(1 + V(u)), c_1 > 0$$

$$C3: |\mathbf{\Gamma}_1(x)R_0\tilde{L}_t(x)V(u)| < c_2(1 + V(u)), c_2 > 0,$$

$$C4: |C_t^{\nabla}(x)R_0\tilde{L}_t(x)V(u)| < c_3(1 + V(u)), c_3 > 0,$$

де $\mathbf{\Gamma}_1(x)\phi(w) = b_1(x)\phi'(w);$ $\mathbf{C}_t^{\nabla}(x)\phi(u,x) = \nabla_{b(t)}C(u,x)\phi'_u(u,x),$

$$\tilde{L}_t(x) = C_t^{\nabla}(x) + \mathbf{\Gamma}_1(x) - \mathbf{L}_t.$$

$$\mathbf{L}_t V(u) = \nabla_{b(t)}C(u)V'(u), \nabla_{b(t)}C(u) = \int_X \pi(dx)\nabla_{b(t)}C(u,x).$$

Нехай функція $C(u,x)$ *двічі неперервно-диференційовна по* $u \in R$ *і разом з моментами* $b_1(x)$ *та* $b_2(x)$ *- рівномірно обмежена по* $x \in X$. *Перші моменти* $b_1(x)$ *задовольняють умову балансу* $\int_X \pi(dx)b_1(x) = 0$. *Нехай керуючі функції* $a(t) > 0$ *и* $b(t) > 0$ *задовольняють умови*

$$C5: \int_0^{\infty} a(t)dt = \infty, \quad \int_0^{\infty} a^2(t)dt < \infty, \int_0^{\infty} a(t)b^2(t)dt < \infty.$$

Тоді для всіх $\varepsilon < \varepsilon_0$, ε_0 *- достатньо мале, розв'язок еволюційного рівняння (1), при всіх початкових умовах* $u^{\varepsilon}(0) = u$ *з ймовірністю 1 збігається до точки рівноваги* $u_0 = 0$ *усередненої системи (2):*

$$P\{\lim_{t \to \infty} u^{\varepsilon}(t) = 0\} = 1.$$

Література

1. Koroliuk V., Limnios N. Stochastic Systems in Merging Phase Space, – World Scientific Publishing, 2005. - 330p.
2. Семенюк С.А. Флуктуации процедуры стохастической аппроксимации с диффузионным возмущением./ Семенюк С.А., Чабанюк Я.М.// Кибернетика и системный анализ. – 2008.- no.5. – С.104-109.
3. Хімка У.Т. Збіжність випадкової еволюції в схемі усереднення. / Хімка У.Т., Чабанюк Я.М., Кійковська О.І. // Problems Of Decision Making Under Uncertainties. (PDMU-2011). XVIII International Conference. Abstracts. Yalta. September, 19-23. Ukraine.-2011. P. 89-90.