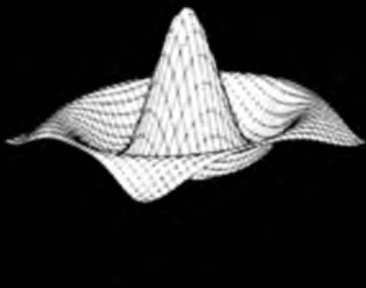
ISSN 2308-5878

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ



Серія: Фізико-математичні науки

**Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка**

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Серія: Фізико-математичні науки

Збірник наукових праць

Випуск 10

Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
2014

ЗМІСТ

УДК 519.21+62

В. Р. Кукурба*, аспірант,
Я. М. Чабанюк**, д-р фіз.-мат. наук, професор
*Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів,
**Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів

ПРОЦЕДУРА СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ МОДЕЛІ ТЕСТУВАННЯ З НАПІВМАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ

Розглянуто оптимізаційну процедуру для моделі тестування програмного продукту. Стохастичний процес виявлення помилок описаний з допомогою напівмарковського процесу.

Ключові слова: *модель тестування, процедура стохастичної оптимізації, напівмарковський процес.*

Вступ. Дослідження, вдосконалення та аналіз моделей тестування надійності програмного забезпечення (ПЗ) та комп'ютерної техніки в цілому зумовлене створенням нових та вдосконалення існуючих технологій побудови програмних продуктів, розширенням спектру використання автоматизованих систем в сучасному світі, що є передумовою паралельного розвиток усіх складових процесу побудови та впровадження ПЗ в процеси життєдіяльності людини. Підвищення складності та багатокомпонентність сучасних програмних проектів вимагають спеціалізованого підходу під час створення та застосування. В нас час техніка, автоматизовані системи, ПЗ повинні досягати високого рівня надійності, що дозволяє їм ставати ефективним інструментом в світі нових технологій та цілей. Будь яка неполадка може нести за собою серйозні наслідки та втрати, що не припустимо у сучасному світі конкуренції. Саме показник надійності стоїть першим серед не менш важливих показників — якість, живучість, безпека, готовність. Отже збільшення потреб у використанні комп'ютерної техніки у житті людини вимагаю більш строго підходу до визначення рівня надійності продукту застосування. Поняття надійності ПЗ не рідко виділяють окремо [1], оскільки при застосуванні цього поняття до програмних засобів враховують особливості і відмінності цих об'єктів від стандартних (традиційних) технічних систем, для яких в першу чергу розробляється теорія надійності. Першочергова і фундаментальна відмінність програмних проектів від технічних засобів та систем полягає в тому, що програмний продукт не тільки не зношується з часом, що відбувається з технікою, а ще й те, що в результаті процесу використання виявляються та усуваються помилки, не говорячи про можливість модернізації шляхом розширення програми за рахунок нових модулів. Також підвищуються вимоги до надійності та витривалості програм, виникають задачі оптимізації процесу тестування, якісного прогнозування надійності програмного продукту. Для розв'язування подібних задач оцінки та прогнозування в даний час використовуються моделі надійності ПЗ [1–3]. Розвиток програмних технологій та програмування в цілому зумовлює потребу розвитку таких моделей. Постають задачі побудови нових моделей, вдосконалення існуючих шляхом пошуку нових параметрів, що зумовлять підвищення ступеня адекватності реальним програмним об'єктам, а також тестування таких моделей в реальних умовах. Важливою складовою кожної моделі тестування програмного продукту є критерій достатності процесу тестування, який дозволяє керівникам проектів приймати обґрунтовані рішення про завершення даного етапу розробки. В даний час у переважній більшості IT компаній такі показники (критерії) носять скоріше якісний та неформалізований характер, що є невиправданим при розробці ПЗ відповідального призначення. Отже пошук та дослідження критерію достатності процесу тестування є актуальною задачею програмної інженерії.

1. Зв'язок між розподілом помилок та марковським і напівмарковським процесом. Розглядаються моделі, в основі яких лежить пуассонівський розподіл кількості помилок на інтервалах тестування програмного продукту. Такі моделі розглядаються в наступних роботах: Jelinski-Moranda [4], Schick-Wolverton [5], Shooman [6], Musa [7], Goel-Okumoto, Schneidewind [7] S-подібна модель зростання надійності, узагальнена модель негомогенного пуассонівського процесу. Припускається, що кількість виявлення помилок у моделі оцінювання та прогнозування надійності ПЗ розподілений за законом Пуассона. Перевага моделі на основі кількості помилок над моделлю на основі часу між ними полягає в тому, що визначення часу між окремими помилками може мати куди меншу точність та більшу похибку за рахунок стороннього впливу на перших етапах тестування, на відміну від сумарних результатів на тестовому проміжку. З іншої точки зору дослідження часу між помилками може мати свої переваги при оцінці кінцевих етапів тестування, де кількості виявлених помилок відчутно зменшуються. У попередніх роботах [4–7] отримано результати, що описують процес тестування ПЗ, а також дають змогу отримати оцінку на граничних інтервалах часу. Дані результати базуються на отриманій статистиці з процесу тестування. В ході подальших досліджень виявлено, що з моменту переходу кількостей помилок до неоднорідного пуассонівського розподілу час між подіями відповідає неоднорідному експоненційному закону розподілу.

Розглянемо випадок, коли кількості помилок на тестових ітераціях відповідають закону розподілу Пуассона.

Нехай $P_n(t)$ — ймовірність того, що $X(t) = n$, розподіл $P_n(t)$ залежить від неперервного парамтра t. Отже, кількості помилок описуються розподілом Пуассона:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}. \qquad (1)$$

Розглянемо стохастичний процес, представлений випадковим натуральним числом $X(t)$. Приріст $X(t+s) - X(0)$ на інтервалі від 0 до $t+s$ є сумою приростів $X(s) - X(0)$ і $X(t+s) - X(s)$ на відповідних інтервалах. Ми припускаємо, що прирости $X(s) - X(0)$ і $X(t+s) - X(s)$ незалежні, і що розподіл $X(t+s) - X(s)$ залежить тільки від довжини тестового інтервалу а не від його положення на тестовому проміжку(в даному контексті слід розуміти тільки той тестовий проміжок, кількості помилок на якому відповідають закону Пуассона). На віддалених етапах тестування, нас цікавить, не тільки кількість помилок на проміжку, а й час між помилками, тобто виконання умови $X(t+s) - X(t) = 0$, де s час, що минув після виявлення останньої помилки, тобто ймовірність, що час s менший за час до настання наступної помилки. Це відповідає випадку з розподілу Пуассона, коли $n = 0$:

$$P_1(t) = e^{-\lambda t}. \qquad (2)$$

У результаті отримано наступну щільність $f(t) = e^{-\lambda t}$ часу між помилками на пізніх етапах тестування, що відповідає експоненційному закону розподілу, який визначає час перебування у станах марковського процесу. Останній результат дає змогу моделювати подальшу поведінку процесу тестування. З моделі отримуються значення параметра λ, яке можна використати для моделювання ланцюга Маркова, що породжує досліджуваний процес.

У випадку напівмарковського процесу розглядається відповідність кількостей помилок на тестових ітераціях неоднорідному пуассонівському розподілу. При цьому закон розподілу часових проміжків між виявленням помилок може описуватися функцією розподілу відмінною від експоненційної.

У цій статті розглядається функція інтенсивності моделі тестування програмного продукту з індексом величини проекту [1].

2. Аналіз математичної моделі тестування програмного продукту з індексом величини проекту. Математична модель надійності програмного забезпечення створюється для оцінки залежності надійності програмного забезпечення від деяких параметрів, пов'язаних з модулями програми на підмножині наборів вхідних даних, за допомогою, яких цей модуль контролюється [1]. До інших таких параметрів відносяться частота помилок, що дає змогу оцінити якість систем реального часу, що працюють в неперервному режимі, і в той же час паралельно отримувати інформацію про надійність програмних продуктів [3]. Розглянута модель відноситься до класу моделей на основі кількості помилок. Припускається, що кількість виявлення помилок у моделі оцінювання та прогнозування надійності ПЗ розподілений за неоднорідним законом Пуассона. Крім того вважається, що індекс величини проекту є параметром моделі та визначається на основі експериментальних даних і набуває значення з дійсного діапазону і завжди більший від нуля. Функція інтенсивності виявлення помилок для даної моделі [3] має наступний вигляд

$$\lambda(t) = \alpha\beta^{s+1}t^s \exp(-\beta t), \qquad (3)$$

де α — коефіцієнт, що характеризує загальну кількість помилок в ПЗ, β — коефіцієнт, що характеризує загальну тривалість процесу виявлення помилок, s — індекс величину проекту.

Згідно з [1] для (3) визначена функція кумулятивної кількості помилок до моменту t

$$\mu(t) = \int_0^t \lambda(\tau)\,d\tau = \alpha\left[s\Gamma_{\beta t}(s) - \beta^s t^s e^{-\beta t}\right], \qquad (4)$$

де $\Gamma_z(p) = \int_0^z t^{p-1}e^{-t}dt$, $Re(p) > 0$, — неповна гама-функція.

Зауваження 1. При $s = 1$ маємо з (3) та з (4) наступні представлення

$$\lambda(t) = \alpha\beta^2 t \exp(-\beta t),$$
$$\mu(t) = \alpha\left(1 - (1 + \beta t)\exp(-\beta)\right),$$

що відповідає S-подібній моделі [7].

Загальна кількість помилок, що міститься в програмному продукті визначається з (4) при $t \to \infty$

$$\mu(\infty) = \alpha s\Gamma(s), \qquad (5)$$

де $\Gamma(s)$ — гама-функція, що також співпадає з S-подібною моделлю.

Таким чином, згідно з основним припущенням та властивостями кумулятивної функції (4), для знаходження параметрів α, β та s будуємо функцію максимальної правдоподібності

$$L(\alpha,\beta,s) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\left[\mu(t_i) - \mu(t_{i-1})\right]^{m_i}}{m_i!} \exp\left(\mu(t_{i-1}) - \mu(t_i)\right), \qquad (6)$$

де m_i, $\left(\sum_{i=1}^{n} m_i = k\right)$, — кількість виявлених помилок на інтервалі $(t_i; t_{i+1}]$, $i = \overline{0,n}$. Отже, аналітичний вигляд побудованої моделі дозволяє узагальнити вираз для загальної кількості помилок в системі (6), яка залежить від величини та складності проекту і визначається параметрами моделі. Рівняння (3) та (4) називають моделлю з індексом величини проекту [1]. Особливістю досліджуваної моделі є третій динамічний параметр, який описує індекс величини програмного проекту, що відсутній у всіх існуючих моделей [4-7]. Під величиною проекту розуміють комплексний показник, який корелює з метриками складності коду програмного продукту [1]. Встановлення залежності між індексом величини проекту та метриками складності коду є предметом подальших досліджень. Для визначення параметрів α, β, s побудованої моделі використовується метод максимальної правдоподібності.

Критерій достатності процесу тестування ПЗ. Важливим прикладним аспектом моделі надійності ПЗ є встановлення кількісного критерію достатності процесу тестування програмного продукту, який дозволяє керівникам програмних проектів більш обґрунтовано приймати рішення про виділення ресурсів на тестування та про завершення цього етапу розробки ПЗ. Так, на даний час, у переважній більшості IT компаній такі показники носять скоріше якісний та неформалізований характер на зразок «задоволення замовника», які жодним чином не можна використовувати, наприклад, при розробці ПЗ відповідального призначення. На противагу до параметрів α та β, залежність індексу величини проекту (який відсутній в усіх інших моделях на основі розподілу Пуассона) виявляє чітку особливість, яку можна покласти в основу критерію достатності процесу тестування. Ця особливість полягає в тому, що при переході до пуассонового розподілу кількості виявлення помилок залежність $s(t)$ стає гладкою, а значення наближається до постійної величини. Таку поведінку залежності $s(t)$ можна зрозуміти, врахувавши, що індекс величини проекту (параметр моделі) є основним параметром, що визначає форму і функцію розподілу, а відповідно і щільність ймовірності випадкової величини, яка у нашому випадку є кількістю виявлення помилки. Отже, на пізніх етапах тестування ПЗ, коли корельовано помилки виявлені та усунені, а час виявлення тих помилок, що залишились, відповідає пуассоновому розподілу, якісна характеристика розподілу (параметр $s(t)$) вже практично не змінюється, а змінюються в основному кількісні характеристики (параметри α та β). Таким чином, з використанням критерію достатності процесу тестування можна визначити загальну кількість помилок в програмному продукті за допомогою рівняння (6) і порівнявши її з кількістю вже виявлених та виправлених помилок прийняти обґрунтоване рішення про розподіл ресурсів проекту зі створення програмного продукту.

3. Процедура стохастичної оптимізації в задачі тестування програмного продукту. В даному підрозділі розглядається неперервна процедура стохастичної оптимізації для індексу величини програмного продукту при тестуванні на знаходження помилок в математичній моделі тестування програмного забезпечення на основі кількості помилок [4; 5]. Отримано умови збіжності процедури до асимптотичних значень індексу при неповному тестуванні з моменту виходу кількості помилок на розподіл Пуассона.

При безпосередній залежності функції регресії від зовнішнього середовища, що описується напівмарковськими перемиканнями, розглянуто процедуру стохастичної оптимізації [8]

$$\frac{du(t)}{dt} = a(t)\nabla_{b(t)}C(u(t);x(t)),\ u \in R, \tag{7}$$

де

$$\nabla_{b(t)}C(u(t);x(t)) := \frac{C(u(t)+b(t);x(t)) - C(u(t)-b(t);x(t))}{2b(t)},$$

а $x(t), t \geq 0$, рівномірно ергодичний напівмарковський процес у вимірному фазовому просторі станів $(X, \boldsymbol{X})$ з стаціонарним розподілом $\pi(B), B \in \boldsymbol{X}$ [10].

У цьому випадку експериментатор має можливість отримати асимптотично оптимальний результат навіть при відомій функції регресії, та при всіх значеннях напівмарковського процесу $x(t), t \geq 0$ [9; 10]. Доведення збіжності процедури стохастичної оптимізації (7) з ймовірністю 1, а саме

$$P\{\lim_{t\to\infty} u(t) = u_0\} = 1$$

проводиться з використанням асимптотичних властивостей генератора двокомпонентного марковського процесу $u^{\varepsilon}(t)$, $x(t/\varepsilon)$, $t \geq 0$, $\varepsilon > 0$ — малий параметр серій, розв'язку проблеми сингулярного збурення та застосування теореми Невельсона-Хасьмінського ([9], Теорема 2.8.1, стор. 100).

Отже, важливим кроком застосування процедури стохастичної оптимізації (7) є встановлення природи стохастичності, що входить в функцію регресії $C(u;x)$.

Основною метою роботи є встановлення можливості використання процедури стохастичної оптимізації (7) для отримання асимптотичних значень індексу величини програмного проекту з функцією інтенсивності виявлених помилок, що запропонована в [1]. У першій частині даного підрозділу досліджуються стохастичні властивості точкових оцінок запропонованої моделі опису процесу тестування програмного продукту, а в другій — проводиться аналіз щодо застосування процедури стохастичної оптимізації (7) для індексу величини проекту.

4. Процедура стохастичної оптимізації для індексу величини проекту. Оскільки α, β та s в (3) визначається під дією процесу Пуассона кількості помилок на сусідніх інтервалах, визначимо можливість побудови процедури стохастичної оптимізації для них. Лінійність функції інтенсивності $\lambda(t)$ відносно α не дозволяє отримати таку процедуру. Тому $\bar{\alpha}$, отримане з моделі є постійним для процедури стохастичної оптимізації відносно параметрів β та s. З іншої сторони з природи параметру β в (3) слідує, що він змінюється мало при наборі достатньої статистики помилок при тестуванні (перехід кількості виявлених помилок на сусідніх інтервалах $(t_i;t_{i+1}],(t_{i+1};t_{i+2}]$ до розподілу Пуассона), що підтверджують експериментальні данні.

Таким чином, отримуємо єдино можливу процедуру стохастичної оптимізації для параметра s з функцією регресії

$$\lambda(s,t) = \alpha\beta^{s+1}t^{s}\exp\left(-\bar{\beta}t\right). \qquad (8)$$

Згідно властивостей точкових оцінок $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ (при великих n та k) отримуємо їх незміщеність відносно α та β. З іншої сторони α та β змінюються під впливом напівмарковського процесу виявлення помилок.

Отже, отримуємо процедуру стохастичної оптимізації згідно (7) параметра s

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{a(t)}{2b(t)}\Big[\bar{\alpha}\bar{\beta}^{s(t)+b(t)+1}t^{s(t)+b(t)}e^{-\bar{\beta}t} - \\ -\bar{\alpha}\bar{\beta}^{s(t)-b(t)+1}t^{s(t)-b(t)}e^{-\bar{\beta}t}\Big]. \qquad (9)$$

Функція інтенсивності виявлення помилок $\lambda(s,t)$ згідно (8) має єдиний максимум.

Теорема. Якщо функції $a(t) > 0, b(t) > 0$ задовольняють умовам

$$\int_{t_0}^{\infty} a(t)dt = \infty, \int_{t_0}^{\infty} a^2(t)dt < \infty, \int_{t_0}^{\infty} a(t)b(t)dt < \infty, t_0 > 0, \qquad (10)$$

то для процедур стохастичної оптимізації (11) має місце збіжність

$$P\{\lim_{t\to\infty} s(t) = s_0\} = 1, \qquad (11)$$

де s_0 таке, що

$$\max\lambda(s,t) = \lambda(s_0,t).$$

Зауваження 2. Відзначимо, що умови (10) з одної сторони дозволяють рухатись випадковій еволюції $u(t)$ до точки $u = u_0$, а з другої сповільнити цей рух таким чином, щоб встигнути досягнути точку $u = u_0$ при $t \to \infty$.

Доведення. Збіжність з ймовірністю 1 (11) слідує з гладкості функції $\lambda(s,t)$, тобто виконання умови Ліпшиця в формі

$$|\nabla_{b(t)}\lambda(s,t) - \lambda_s'(s,t)| \le cb(t),$$

умов (10) та твердження теореми збіжності ПСО (7) [8].

5. Дослідження процедури на реальних даних. Були проведені дослідження даних отриманих з реальних тестувань програмного забезпечення. Дані тестування були розбиті на 5 груп, по типах помилок: Trivial, Minor, Major, Critical, Bloker. Також були визначені рівномірні моменти часу для яких визначалась статистика, всього 1300 ітераційних моментів. Враховуючи різну природу цих помилок, кожен тип розглядався окремо і отримано наступні результати.

Таблиця 1

Тип	$\hat{S}$	**S (ПСО)**	**Виявлено помилок**	**Очікувана к-сть (ПСО)**
Trivial	0.154	0.16	56	66.747
Minor	0.144	0.201	479	573.506
Major	0.122	0.296	1204	1516.043
Critical	0.139	0.222	666	801.526
Bloker	0.153	0.166	122	145.205

У таблиці представлені значення критерію достатності процесу тестування для останнього значення отриманого з моделі $\hat{S}$, що визначається з (6) та граничного отриманого з процедури S з формули (9), а також виявлена кількість помилок та очікувана кількість помилок, яка визначається з врахування результатів отриманих за допомогою процедури та формули (5).

З результатів дослідження видно, що процес тестування не вийшов на фінальну стадію, і його необхідно продовжити, це слідує з відмінності між отриманими критеріями з моделі та з процедури, а також з різниці між виявленою кількістю помилок та очікуваною. Варто відзначити доцільність окремого дослідження кожного типу помилок, оскільки програмний проект може спеціалізуватися на різнопланових завданнях, що можуть викликати різну складність проекту відносно типів помилок.

Результати дослідження на різних ітераційних проміжках для типу помилок Bloker. Помилки цього типу на проміжках тестових ітерацій виявлялися в незначних кількостях (1-2 на 100 ітерацій).

Таблиця 2

Ітерації	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{S}$	**S ПСО**	**Помилки модель**	**Помилки ПСО**
800	167.141	0.001725	0.166	0.179	155.11	154.441
900	165.905	0.001692	0.163	0.176	154.125	153.446
1000	162.914	0.001645	0.158	0.172	151.581	151.581
1100	159.694	0.00162	0.156	0.169	148.71	148.037
1200	156.419	0.001611	0.155	0.168	145.704	145.049
1300	156.484	0.001589	0.153	0.166	145.874	145.2051

Результати дослідження на різних ітераційних проміжках для типу помилок Minor. Помилки цього типу зявлялися частіше ніж розглянутого вище.

Таблиця 3

Ітерації	Виявлено	$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{S}$	*S* ПСО	Помилки модель	Помилки ПСО
800	413	600.035	0.001613	0.155	0.207	558.884	549.837
900	432	611.636	0.001584	0.152	0.206	570.241	560.625
1000	460	639.238	0.001538	0.148	0.205	596.906	586.09
1100	465	631.897	0.00152	0.146	0.203	590.422	579.689
1200	468	621.389	0.001518	0.146	0.202	580.654	570.211
1300	479	624.8	0.0015	0.144	0.201	584.192	573.506

У таблицях показані результати, на кількох проміжних інтервалах, що відображають зміну значень параметрів моделі та граничних значень процедури.

Висновки. Побудовано процедуру стохастичної оптимізації для індексу величини програмного продукту, а саме для параметру s, який є критерієм достатності процесу тестування програмного забезпечення з врахуванням стохастичності процесу тестування. Створена процедура дозволяє оцінити кількість залишкових помилок, що в свою чергу дає можливість передбачити матеріальні витрати на тестування та його доцільність.

Під час досліджень було виявлено, що модель аналізу процесу тестування може бути застосована в реальних умовах при відповідній строгості до документації процесу тестування та на кінцевих етапах розробки програмного коду, бета-тестуваннях. Найефективніше використання розробленої процедури при регресивному тестуванні з використанням автоматизованих тестів.

Складність процесу розробки сучасного програмного забезпечення підвищує складність процесу тестування, що в свою чергу потребує ефективних об'єктів для опису таких процесів. Отже використання напівмарковського процесу в моделях тестування програмного продукту дає переваги в застосуванні таких моделей.

Список використаних джерел:

1. Побудова і дослідження моделі надійності програмного забезпечення з індексом складності проекту / Я. М. Чабанюк, В. С. Яковина, Д. В. Федасюк та ін. // Інженерія програмного забезпечення. Науковий журнал. — К., 2010. — № 1. — С. 24–29.
2. Оптимізація моделі тестування програмного забезпечення з показником величини проекту / Я. М. Чабанюк, В. Р.Кукурба, Л. Б. Гнатів та ін. // Вісник НУ «ЛП» серія «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» — № 694 — С. 81–89.
3. Оцінювання та прогнозування надійності програмного забезпечення на основі моделі з індексом складності проекту / В. С. Яковина, Я. М. Чабанюк, М. М. Сенів, У. Т. Хімка // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. — 2011. — № 2. — С. 152–160.
4. Does software reliability growth behavior follow a non-homogeneous Poisson process / K.-Y. Cai, D.-B. Hu, Ch.-G. Bai, H. Hu, T. Jing // Information and Software Technology. — 2008. — Vol. 50. — P. 1232–1247.
5. Goel A. L. Software reliability models: assumptions, limitations, and applicability / A. L. Goel // IEEE Transactions on software engineering. — 1985. — Vol. SE-11, № 12. — P. 1411–1423.
6. Van Pul M. C. J. Statistical analysis of software reliability models / M. C. J. Van Pul // CWI Tract. — Amsterdam, 1991. — 211 p.
7. Yamada S. S-shaped reliability growth modelling for software error detection / S. Yamada, M. Ohba, S. Osaki // IEEE Transactions on Reliability. — 1983. — Vol. R-32, No. 5. — P. 475–478.
8. Кукурба В. Р. Збіжність одновимірної процедури стохастичної оптимізації в напівмарковському середовищі / В. Р. Кукурба, У. Б. Ярка // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика : наук. журнал, Донецький нац. ун-т. — 2012. — №1. — С. 64–70.
9. Невельсон М. Б. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание / М. Б. Невельсон, Р. З. Хасьминский. — М. : Наука, 1972. — 304 с.
10. Korolyuk V. S. Stochastic Models of Systems / V. S. Korolyuk, V. V. Korolyuk. — Kluwer : Dordrecht, 1999. — 185 p.

Optimization procedure for testing model was considered. Stochastic process of errors finding was described using of semi-Markov process.

Key words: *testing model, stochastic optimization procedure, semi-Markov process.*

Отримано: 10.03.2014