

Міністерство освіти і науки України, Академія наук вищої школи України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Інститут математики НАН України
Міжнародний інститут прикладного системного аналізу (Австрія)
Ташкентський державний технічний університет (Узбекистан)
OKAN UNIVERSITY (Istanbul, Turkish)
Люблінський технологічний університет (Польща)
Університет Вітаутаса Великого (Литва)



**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОГНОЗУВАННЯ
ТА ОПТИМІЗАЦІЇ**



**ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ VI МІЖНАРОДНОЇ
НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**

Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка

2014

Каримов М. М., Кадыров М. М., Сагатов С. М. Моделирование диалогового взаимодействия «тьютор – студент»	69
Карпенко В. М., Стасенко В. М., Нікорюк М. С., Карпенко О. В. Модель процесу освоєння паливно-енергетичних ресурсів фондом свердловин	70
Кінаш А. В., Чабанюк Я. М., Хімка У. Т. Умова дисипативності для граничного дифузійного процесу	72
Kitushin V. G., Bik F. L., Ali Zada P. G. Improvement of the Reliable Power Systems post Crisis-Chaos Development Designing (Approach and Methods)	73
Коваленко К. Г., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Математичне моделювання процесу формування погонажних виробів методом вільної екструзії	74
Коваленко О. С. Інтеграція знань в агентно-орієнтовані системи підтримки прийняття рішень	77
Ковальська І. Б. Про наближення узагальненими сумами Зігмунда \sum – інтегралів в метриці L_p	78
Колосов О. Є., Сівецький В. І., Кривошеєв В. С., Колосова О. П. Використання методів математичного та експериментально-статистичного моделювання для оптимізації технологічних параметрів ультразвукового одержання полімерних композиційних матеріалів	80
Конет І. М. Гіперболічні крайові задачі математичної фізики в кусково-однорідних циліндричних шарах	83
Коновал В., Мороз В. Реалізація інтегрального методу для аналізу стійкості електроенергетичних систем	84
Конець М. М. Система інтегро-диференціальних рівнянь Ріккати з частинними похідними	85
Косаревич К. В. Про існування та форму «виправленої» рівноваги за нешом у грі з випадковими стратегіями для класу квадратичних функцій витрат	86
Костьян Н. Л. Об одном методе аналитического представления экспериментальных зависимостей	88
Кукурба В. Р., Чабанюк Я. М., Маланчук О. М., Семенюк С. А. Процедура стохастичної оптимізації для моделі тестування з напівмарковськими переключеннями	89
Кулик Г. М. Наближення функцій сумами Валле-Пуассена	91
Куниниць А. В. Чисельне дослідження стаціонарних процесів теплопровідності або дифузії в циліндричній системі координат	93
Кух А. М. 3D моделювання засобами T-FLEX	94
Кух О. М., Кух А. М. Модель прогнозування рівня знань студента	95
Кушлик Б. Р. Концепція поопераційного контролю та засоби її реалізації на поліграфічних підприємствах	96
Кушлик-Дивульська О. І. Порівняння оцінювання знань з математики	98
Листопадава В. В. Про розв'язність багатоточкової задачі для диференціальних рівнянь нейтрального типу з параметрами	99

Лукович В. В. Проста математична модель розрахунку потенціалу на зовнішній поверхні ізоляції магістрального трубопроводу	99
Махович О. І. Особливості числової реалізації моделі розподіленої механічної ланки з використанням різних форм математичного опису	103
Маценко В. Г. Аналіз математичної моделі динаміки вікової структури біологічних популяцій з внутрішньовидовою конкуренцією	105
Медницький І. П., Івасишен С. Д. Про деякі вироджені параболічні моделі	106
Михайлова І. Ю. Математичне моделювання теплових полів у технологічних процесах безконтактної лазерної деформації	106
Мороз В., Болкот П., Снітков І., Снітков К. Аналіз реалізації визначення кута при обробці сигналів з індукційних давачів кута	108
Мороз В., Сольський М. Вплив методів представлення дискретних передатних функцій на реалізацію цифрових систем з обмеженою розрядністю	109
Мосенцова Л. В. Особливості рішення задач інтерпретації результатів спостережень в інтегральній постановці	110
Мягковська М. О. Використання електронних таблиць MS Excel для статистичної обробки даних педагогічних досліджень	111
Наковенная О. А. Компьютерная реализация моделей датчиков сигналов акустической эмиссии и решения задачи восстановления входных сигналов	112
Овсак О. С. Модернізація методу аналізу вертикальної структури хмарового шару атмосфери планети гіганта	114
Папчук В. І. Керування процесом змиву ґрунту з використанням теорії примежового шару	115
Пасічник Г. С., Івасишен С. Д. Фундаментальний розв'язок задачі Коші для ультрапараболічного рівняння типу Софіна зі зростаючими коефіцієнтами	117
Пасичниченко Н. А. Принцип гарантованого результату в задачах прийняття рішень в умовах масових испытаний	117
Пашко А. О. Моделювання гауссових стаціонарних випадкових процесів з неперервним спектром	120
Перцов А. С. Про еквівалентність задачі гарантованого оцінювання лінійних функціоналів від розв'язків рівнянь лінійної теорії пружності до деякої задачі оптимального керування	122
Пилипюк Т. М. Інтегральне зображення розв'язку мішаної задачі спряження для одного класу еволюційних рівнянь параболічного типу	123
Підвальна Я. В. Комп'ютерні алгоритми для розв'язування задачі швидкодії	124
Попович В. С., Ракоча І. І. Математичне моделювання та визначення термомеханічного стану двошарової термоочувливої пластини за складного нагріву	125
Прищона О. В. Про одну систему з обмеженнями на число спроб почати обслуговування	127
Родіна В. В. Моделювання процесів міграції небезпечних плотантів в екосистемах на базі камерної моделі засобами ГІС	129

Розумовська О. Б. Інтерактивні методи навчання в практиці вищої школи	132
Романчук К. Г. Моделювання нетипових сценаріїв аварій на гідроенергетичних об'єктах внаслідок відмов автоматики	136
Романюк В. М. Використання системи LMS при організації процесу навчання студентів у ВНЗ	137
Savula Ya., Styahar A. Numerical Investigation of Girkman Problem	138
Сагатов М. В., Ірмухамедова Р. М., Равилов Ш. М. Аналіз повреждений в композиционных материалах с применением метода акустической эмиссии и феноменологического подхода	140
Сверстюк А. С. Оптиміальне керування стадією елонгації полімеразно-ланцогової реакції	141
Селезньов С. В. Приклади математичних моделей задач лінійного програмування в соціології та фінансовій математиці	143
Селезньова Н. П. Узгодженість індивідуальних переваг	146
Сеньо П. С. Топологія простору лінійних функціональних інтервалів	149
Ситник О. О., Протасов С. Ю. Інтерполяційний метод отримання передатної функції по перехідній характеристиці при формуванні ядер інтегральних макромоделей	149
Sikora V. S. Orders of Metasymmetrical Groups of Infinite Rank	152
Слободянюк О. В., Бараннік В. В., Туренко С. В., Акімов Р. І. Проектування цифрових фільтрів за допомогою структурного кодування	153
Смалько О. А. Модель електронного навчання «І учень – І комп'ютер»	154
Сорич В. А., Сорич Н. М. Наближення лінійних комбінацій згортки з ядрами Пуассона сумами Валле-Пуассена середньому	156
Стефанішин Д. В. Метод прогнозного моделювання показників стану гідроспоруд за даними моніторингу	157
Стоян В. А., Кулігіна А. А. Програмно-аналітичне моделювання розв'язків неповно визначених задач математичної фізики	159
Судак Н. І. Комп'ютер як наочний засіб при вивченні тригонометричних функцій	160
Татауров В. П. Використання хмарних технологій у підготовці майбутніх вчителів початкових класів	161
Таций Р. М., Пазен О. Ю. Моделювання процесу теплообміну в багатопаровій стінці системою диференціальних рівнянь з імпульсною дією	162
Тихоход В. А. Параллельный алгоритм метода квадратур решения систем интегральных уравнений Вольтерра II рода	164
Топчий Д. О. The Theory of Pfaffians: новий підхід до конструювання базисних функцій на трикутнику першого порядку	166
Турчина Н. І., Івасишен С. Д. Вектор-функції Гріна крайових задач для модельного рівняння Фоккера-Планка-Колмогорова нормального Марковського процесу	167
Фірман Т. І. Задача оптимального керування зліченими гіперболічними системами лінійних рівнянь першого порядку	168

Федорчук В. А. Оборотна комп'ютерна модель колони бурильних труб як неоднорідної розподіленої ланки	169
Федорчук Т. А. Моделювання як засіб розвитку теоретичного мислення учнів молодших класів	171
Фратавчан Т. М., Івасюк Г. П., Івасишен С. Д. Про властивості розв'язків деяких ультрапараболічних рівнянь типу Колмогорова	172
Фуртат Ю. О., Велев Д. Про структуру і функціональні характеристики програмних засобів персоналізації інтерфейсів автоматизованих систем	173
Ходневич Я. В. Результати моделювання інтенсивності водного потоку при оцінці деформацій русла в місці обтікання донних гряд	174
Цебенко А. М. Оптиміальне керування системами, стан яких описується задачею без початкових умов для параболічних рівнянь	175
Чабанюк Я. М., Горун П. П., Гошко Л. В. Асимптотична поведінка стрибкової процедури стохастичної оптимізації в схемі дифузійної апроксимації	176
Чевська К. С. Використання додатків Office365 для організації спільної роботи	178
Чепелев М. Г. Оцінка еластичності заміщення між працею та капіталом для моделі загальної рівноваги України	179
Черевко І. М., Дорош А. Б. Застосування сплайн-функцій для апроксимації розв'язків лінійних крайових задач із записанням	181
Чмир О. Ю., Карабин О. О. Про застосування пакету Maple до розв'язування прикладних задач в курсі вищої математики	182
Шамрай Л. В., Бориславська К. О. Персональний сайт як освітній інструмент саморозвитку вчителя і взаємодії з учнями та колегами	184
Шамрай Т. О. Змішана модель навчання	185
Швець О. І., Чабанюк Я. М., Будз І. С. Збіжність процедури стохастичної апроксимації в схемі дифузійної апроксимації з імпульсним збуренням в умовах локального балансу	186
Швець О. Ю. Обмеженість збудження динамічної системи як головна причина виникнення детермінованого хаосу	187
Shynkarenko H. A., Voyk O. V. Computable Double-Sided a Posteriori error Estimations for Quadratic Serendipity Approximations	188
Щербовських С. В. Математична модель надійності для аналізу причин непрацездатності системи із складним загальним навантажувальним резервуванням	190
Щестюк П. Ю. Оцінка справедливої ціни опціонів в модифікаціях моделі Хейді-Леоненка	192
Юрба О. В. Умови оптимальності у функціональних залежностях	193
Юрченко І. В., Яценський В. К. Про поведінку другого моменту розв'язку лінійного автономного стохастичного рівняння в частинних похідних з випадковими параметрами в правій частині	195
Ярова О., Єлейко Н. І. Статистичне моделювання еволюції синтетичних поварів	196

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ**

При решении задач динамики требуется иметь аналитические выражения зависимостей, то есть функций времени, представленных дискретными значениями (таблицами), полученными экспериментально или в результате расчетов. Основой многих методов идентификации является представление динамических моделей в виде решений дифференциальных уравнений. В данной работе предлагается метод получения аналитического выражения функций времени посредством представления экспериментально полученных данных в виде решения однородного линейного разностного уравнения.

Согласно соответствующим положениям теории динамических систем [1, 2] всякую непрерывную, ограниченную по модулю функцию времени можно с наперед заданной точностью аппроксимировать интегралом однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами на конечном отрезке $t_0 \leq t \leq t_k$ или на всей полуоси $0 \leq t \leq +\infty$, если функция стремится к пределу при $t \rightarrow +\infty$.

В работе показано, что эти положения справедливы и для дискретных значений функции в равноотстоящих точках в случае представления зависимостей решениями однородного линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами.

В рамках исследования к однородному линейному разностному уравнению

$$f[(k+n)T] + a_{n-1}f[(k+n-1)T] + \dots + a_1f[(k+1)T] + a_0f(kT) = 0, \quad (1)$$

удовлетворяющему начальным условиям $f(0) = f_0, f(T) = f_1, f(2T) = f_2, \dots, f[(n-1)T] = f_{n-1}$, было применено z-преобразование. Используя теорему сдвига, теорему линейности, а также согласно определению z-преобразования установлена зависимость

$$b_{n-(i+1)} = \sum_{s=0}^i a_{n-s} f_{i-s}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

где $b_{n-(i+1)} \equiv 0$ при $i \geq n$; $a_{n+s} \equiv 0$ при $s > n$; f_{i-s} – значения функции $f(kT)$ при $k = i - s$.

Придавая i последовательно значения

$$i = \underbrace{0, 1, 2, \dots, n-1}_m \text{ значений}, \underbrace{n, n+1, \dots, n+m-1}_m \text{ значений}, \quad m \geq n,$$

получено соотношение $f = Fa$, где f – столбец $f = (f_0, f_1, \dots, f_{n+m-1})$; F – прямоугольная $(m \times n)$ – матрица, элементами которой являются значения функции $f(kT)$ от f_0 до f_{n+m-1} ; a – столбец коэффициентов разностного уравнения. $a = (a_0, \dots, a_{n-1})$

Для получения улучшенной точности аппроксимации во всех точках отрезка аппроксимации, применен метод нахождения псевдообратной матрицы [3], который требует вычисления определителей и эффективно реализуется на ЭВМ.

Точность аппроксимации оценивалась по относительной величине среднего квадрата ошибки

$$\bar{E} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{n+m-1} [f(kT) - f^0(kT)]^2}{\sum_{k=0}^{n+m-1} [f(kT)]^2}}$$

где $f(t)$ – заданная функция, которую нужно аппроксимировать разностным уравнением n -го порядка, $f^0(t)$ – наилучшее приближение (по методу наименьших квадратов) к функции $f(t)$.

Изложенный метод позволяет получить необходимое аналитическое выражение функции времени, заданной посредством экспериментальных данных. Поскольку начальными условиями решения разностного уравнения есть значения аппроксимирующей функции, то данный метод более предпочтителен, чем аппроксимация функции интегралом дифференциального уравнения, при котором начальные условия неизвестны. Результаты решения тестовых задач показали, что точность представления функции не зависит от порядка аппроксимирующих уравнений.

Список использованной литературы:

1. Неймарк, Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы / Ю.И. Неймарк. – М.: Либроком, 2010. – 336 с.
2. Степаньянц Г.А. Теория динамических систем / Г.А. Степаньянц. – М.: Либроком, 2010. – 312 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Физматлит, 2004. – 560 с.

В. Р. Кукурба*,
Я.М. Чабанюк**,
О.М. Маланчук***,
С.А. Семенюк****

*Национальный университет «Львівська політехніка», м. Львів,
**Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів,
***Львівський національний медичний університет ім. Д. Галицького, м. Львів,
****ІП «Логіка», м. Львів

**ПРОЦЕДУРА СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ МОДЕЛІ
ТЕСТУВАННЯ З НАПІВМАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕННЯМИ**

Розглядається процедура стохастичної оптимізації для моделі тестування програмного забезпечення на основі величини продукту [1]. Ця модель відноситься до моделей на основі кількості помилок. Даний під-

хід досліджує кількості помилок у визначених тестових інтервалах. Вважається, що помилки розподілені на основі неоднорідного пуассонівського процесу, в яких вихідні дані збираються в процесі тестування ПЗ протягом фіксованих або випадкових часових інтервалів. Також розглядається зв'язок цієї моделі та моделі на основі часу між помилками. Моделі цього типу концентрують увагу на час між виявленнями помилок. У даній задачі процес виявлення помилок описується напівмарковським процесом.

У випадку напівмарковського процесу розглядається відповідність кількості помилок на тестових ітераціях неоднорідному пуассонівському розподілу. При цьому закон розподілу часових проміжків між виявленнями помилок може описуватися функцією розподілу відмінною від експоненційної. В даній статті розглядається функція інтенсивності моделі тестування програмного продукту з індексом величини проекту.

Функція інтенсивності виявлення помилок для даної моделі [1] має наступний вигляд

$$\lambda(t) = \alpha \beta^{s-1} t^s \exp(-\beta t) \quad (1)$$

де α коефіцієнт, що характеризує загальну кількість помилок в ПЗ, β коефіцієнт, що характеризує загальну тривалість процесу виявлення помилок, s індекс величини проекту.

Оскільки α , β та s в (1) визначається під дією процесу Пуассона кількості помилок на сусідніх інтервалах. Лінійність функції інтенсивності $\lambda(t)$ відносно α не дозволяє отримати таку процедуру. Тому α , отримане з моделі є постійним для процедури стохастичної оптимізації відносно параметрів β та s . З іншої сторони з природи параметру β в (1) слідує, що він змінюється мало при наборі достатньої статистики помилок.

Таким чином отримуємо єдину можливу процедуру стохастичної оптимізації для параметра s з функцією регресії

$$\lambda(s, t) = \alpha \beta^{s-1} t^s \exp(-\beta t) \quad (2)$$

Отже отримуємо процедуру стохастичної оптимізації згідно (2) параметра s

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{a(t)}{2b(t)} [\alpha \beta^{s(t)-1} t^{s(t)} e^{-\beta t} - \alpha \beta^{s(t)-1} t^{s(t)+1} e^{-\beta t}] \quad (3)$$

Функція інтенсивності виявлення помилок $\lambda(s, t)$ згідно (2) має єдиний максимум.

Теорема. Якщо функції $a(t) > 0, b(t) > 0$ задовольняють умовам

$$\int_{t_0}^{\infty} a(t) dt = \infty, \int_{t_0}^{\infty} a^2(t) dt < \infty, \int_{t_0}^{\infty} a(t)b(t) dt < \infty, t_0 > 0,$$

то для процедур стохастичної оптимізації (3) має місце збіжність

$$P\{\lim_{n \rightarrow \infty} s(t) = s_0\} = 1,$$

де s_0 таке, що

$$\max \lambda(s, t) = \lambda(s_0, t).$$

Дослідження на різних ітераційних проміжках для набору помилок Trivial отриманого з реальних тестувань програмного продукту (3).

К-сть ітерацій	Значення α	Значення β	Значення s моделі	Значення s процедури	Загальна к-сть помилок (модель)	Загальна к-сть помилок (процедура)
800	73.295	0.001748	0.168	0.174	67.968	67.834
900	72.954	0.001714	0.165	0.17	67.727	67.606
1000	75.742	0.001664	0.16	0.166	70.43	70.283
1100	74.277	0.001637	0.157	0.163	69.129	68.993
1200	72.784	0.001626	0.156	0.162	67.763	67.629
1300	71.639	0.001604	0.154	0.16	66.747	66.61

В таблиці показані результати, на кількох проміжних інтервалах, що відображають зміну значень параметрів моделі та граничних значень процедури.

Висновки Побудовано процедуру стохастичної оптимізації для індексу величини програмного продукту, яка дозволяє оцінити кількість залишкових помилок, що в свою чергу дає можливість передбачити матеріальні витрати на тестування та його доцільність.

Процес знаходження помилок описується напівмарковським процесом, це дозволяє досліджувати статистичні результати, що відповідають неоднорідному пуассонівському процесу. Останнє в свою чергу дає більшу гнучкість для формального опису процесу.

Список використаних джерел:

- Оцінювання та прогнозування надійності програмного забезпечення на основі моделі з індексом складності проекту / В.С. Яковина, Я.Й. Чабанюк, М.М. Сенів, У.Т. Хімка // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2011. – № 2. – С. 152-160.
- Оптимізація моделі тестування програмного забезпечення з показником величини проекту / Я.М. Чабанюк, В.Р. Кукурба, Л.Б. Гнатів та ін // Вісник НУ «ЛП». Серія «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» – № 694. – С. 81-89.

Г. М. Кулик

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ

НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ СУМАМИ ВАЛЛЕ-ПУССЕНА

Розглядається питання наближення періодичних функцій сумами Валле-Пуссена

$$\sigma_n^p(f; x) = \frac{1}{p+1} \sum_{k=n-p}^n S_k(f; x)$$

де $S_k(f; x)$ – частинні суми Фур'є. Через W^r позначасмо клас 2π -періодичних функцій $f(x)$, які мають неперервні частинні похідні до порядку