НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ІМ. Я. С. ПІДСТРИГАЧА
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ІВАНА ФРАНКА
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ „ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА“
ДРОГОБИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМ. ІВАНА ФРАНКА

ЗАХІДНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР НАН УКРАЇНИ І МОНМС УКРАЇНИ

IMC–2011

МІЖНАРОДНА МАТЕМАТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ ІМ. В. Я. СКОРОБОГАТЬКА

(19 – 23 вересня 2011, Дрогобич, Україна)

До 40-річчя Західного наукового центру
НАН України і МОНМС України

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

Львів – 2011

UKRAINIAN NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
PIDSTRYHACH INSTITUTE FOR APPLIED PROBLEMS OF
MECHANICS AND MATHEMATICS
INSTITUTE OF MATHEMATICS

TARAS SHEVCHENKO KYIV NATIONAL UNIVERSITY
IVAN FRANKO LVIV NATIONAL UNIVERSITY
LVIV POLYTECHNIC NATIONAL UNIVERSITY
IVAN FRANKO DROHOBYCH PEDAGOGICAL UNIVERSITY

WESTERN SCIENTIFIC CENTER OF NAS AND MESYS OF UKRAINE

IMC–2011

INTERNATIONAL V.YA. SKOROBOHATKO MATHEMATICAL CONFERENCE

(September 19 – 23, 2011, Drohobych, Ukraine)

40 anniversary of Western Scientific Center
of NAS and MESYS of Ukraine

ABSTRACTS

Lviv – 2011

Оксана Карабин, Ольга Меньшикова

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
Oksana_Karabyn@mail.ru

ДО ПИТАННЯ БАЗИ БАРІ

За термінологією М.Крейна, база $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ в гільбертовому просторі H, квадратично близька до деякої його ортонормованої бази $(e_i)_{i\in\mathbb{N}}$, називається базою Барі.

Розглянемо бази Барі з точки зору нестандартного аналізу.

Означення 1. Послідовність векторів (φ_i) в H називається ω - лінійно незалежною, якщо рівність $\sum\limits_{i=1}^{\infty} c_i\varphi_i = 0$ можлива лише коли всі c_i одночасно рівні нулю.

Нехай $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ – ω - лінійно незалежна послідовність в H, квадратично близька до його ортонормованої бази $(e_i)_{i\in\mathbb{N}}$ і нехай $(\widetilde{\varphi}_i)_{i\in\mathbb{N}}$ – деяка послідовність векторів.

Означення 2. Послідовності (φ_i) і $(\widetilde{\varphi}_i)$ в H назвемо квадратично скінченно близькими (квадратично нескінченно близькими), якщо $\sum\limits_{i\in\mathbb{N}} ||\varphi_i - \widetilde{\varphi}_i||^2 \ll \infty$ ($\sum\limits_{i\in\mathbb{N}} ||\varphi_i - \widetilde{\varphi}_i||^2 \approx 0$).

Позначимо $D(\varphi_1, ..., \varphi_n) = det((\varphi_i|\varphi_j))_{i,j\leq n}$ і $V_n = (D(\varphi_1, ..., \varphi_n))^{\frac{1}{2}}$. V_n можна трактувати як об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $(\varphi_i)_{i\leq n}$.

Наступна теорема є доповненням результату М. Крейна.

Теорема. *Нехай (φ_i) – ω - лінійно незалежна послідовність одиничних векторів в стандартному гільбертовому просторі H, квадратично нескінченно близька до деякої його ортонормованої бази (e_i). Тоді*

$$\forall n \in \mathbb{N} \qquad V_n \approx 1. \tag{1}$$

І навпаки, нехай $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$ – повна ω - лінійно незалежна послідовність векторів в H, для якої має місце (1). Тоді (φ_i) є базою в H, квадратично нескінченно близькою до деякої його ортонормованої бази.

1. Бари Н.К. О полных системах ортогональных функций // Матем. сборник. – 1944. – **14**, №1-2. – С. 51-108.
2. Lyantse V. Nearstandardness on a finite set. – Warsaw: Instytut Mathematyczny PAN, 1997. – 63 p.