НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

Рада молодих науковців і спеціалістів

За підтримки
Західно-Українського об'єднаного осередку IEEE

IV-та КОНФЕРЕНЦІЯ молодих учених із сучасних проблем механіки і математики імені академіка Я.С. Підстригача

24 – 27 травня 2011

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

Львів – 2011

УДК 517.95

ПРО НЕЛІНІЙНУ ПЕРШУ УЗАГАЛЬНЕНУ КРАЙОВУ ЗАДАЧУ ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ, РОЗВ'ЯЗОК ЯКОЇ МАЄ ТОЧКОВІ ОСОБЛИВОСТІ

Чмир О.Ю.

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
o_chmyr@yahoo.com

Нехай $n \in \mathbb{N}$, Ω – обмежена область в $\mathbb{R}^n$ з межею $S = \partial\Omega$ класу C^∞, $Q = \Omega \times (0;T]$, $\Sigma = S \times (0;T]$, $0 < T < +\infty$.

Використовуватимемо позначення:

$P = (x,t)$, $\hat{P} = (\hat{x}, \hat{t})$,

$|P\hat{P}| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \hat{x}_i|^2 + |t - \hat{t}|}$ – параболічна відстань в $\mathbb{R}^{n+1}$,

η – мультиіндекс з компонентами $(\eta_1, \dots, \eta_n)$, $\eta_i \in \mathbb{Z}_+$, $i = \overline{1,n}$,

$|\eta| = \eta_1 + \ldots + \eta_n$ – довжина мультиіндексу η, $D^\eta \equiv D_x^\eta = \dfrac{\partial^{|\eta|}}{\partial x_1^{\eta_1} \cdot \ldots \cdot \partial x_n^{\eta_n}}$.

Нехай $\varepsilon_0 > 0$ – таке задане число, що паралельна до S поверхня S_{ε_0} належить до класу C^∞ та надалі вважатимемо, що $\varepsilon_0 \le 1$. Через $\tilde{\rho}(\sigma)$ позначатимемо нескінченно диференційовну невід'ємну функцію, яка має порядок σ при $\sigma \to 0$. При довільній фіксованій точці $\hat{P} \in \overline{Q}$ введемо функцію ρ_0 точки $P \in \overline{Q}$ таку, що $0 < \rho_0(P, \hat{P}) \le 1$ та

$$\rho_0(P, \hat{P}) = \begin{cases} \tilde{\rho}(|P\hat{P}|), & |P\hat{P}| < \varepsilon_0 / 2, \\ 1, & |P\hat{P}| \ge \varepsilon_0. \end{cases}$$

Введемо функційний простір:

$$\mathrm{M}_k(\overline{Q}, \hat{P}) = \{ v : \| v; \hat{P} \|_k < +\infty \},$$

де $k \in \mathbb{R}$,

$$\| v; \hat{P} \|_k = \max\left\{ \int\limits_Q \rho_0^k(x,t,\hat{x},\hat{t})\,|\,v(x,t)\,|\,\mathrm{d}x\mathrm{d}t;\ \int\limits_\Sigma \rho_0^k(x,t,\hat{x},\hat{t})\,|\,v(x,t)\,|\,\mathrm{d}S\mathrm{d}t \right\}.$$

Нехай $(\hat{x},\hat{t}) \in \Sigma$. Припустимо, що функції $f_0(x,t,v)$, $g_0(x,t,v)$ визначені в $Q \times (-\infty;+\infty)$, $\Sigma \times (-\infty;+\infty)$ відповідно та

$$F_1(x,t) = \sum_{|l| \le p_1} \sum_{m=0}^{p_2} C_{lm} D_x^l \delta(x-\hat{x}) \delta^{(m)}(t-\hat{t}),$$

$$F_2(x) = \sum_{|r| \le p_3} C_r D_x^r \delta(x-\hat{x}),$$

де C_{lm}, C_r – сталі, p_1, p_2, p_3 – невід'ємні цілі числа.

Розглянемо нелінійну першу узагальнену крайову задачу

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \Delta u(x,t) = f_0(x,t,u(x,t)),\ (x,t) \in Q, \tag{1}$$

$$u(x,t)\big|_\Sigma = F_1(x,t) + g_0(x,t,u(x,t)),\ (x,t) \in \Sigma, \tag{2}$$

$$u(x,0) = F_2(x),\ x \in \Omega. \tag{3}$$

За допомогою принципу Шаудера встановлено достатні умови розв'язності задачі (1) – (3) у просторі $\mathrm{M}_k(\overline{Q},\hat{P})$, зокрема, для функцій $f_0(x,t,v) = |\,v\,|^{\beta_0}$, $g_0(x,t,v) = |\,v\,|^{\beta_1} \cdot t^\gamma$, де β_0, $\beta_1 \in (0;1)$, $\gamma \in (-1;0)$.

THE SOLUTION OF THE NONLINEAR FIRST GENERALIZED BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR HEAT EQUATION WITH POINTED SPECIALITIES

Using the Schauder method, the sufficient conditions of solvability of the nonlinear first generalized boundary value problem for heat equation in the space of functions with pointed specialities are obtained.