



Національний лісотехнічний
університет України

НАУКОВИЙ ВІСНИК НЛТУ УКРАЇНИ

ЗБІРНИК НАУКОВО-ТЕХНІЧНИХ ПРАЦЬ

Засновано в 1994 р.

Випуск 22.9

Львів – 2012

ЗБІРНИК НАУКОВО-ТЕХНІЧНИХ ПРАЦЬ

НАУКОВИЙ ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ЛІСОТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ : збірник науково-технічних праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2012. – Вип. 22.9. – 404 с.

Збірник публікує науково-технічні праці співробітників вищих навчальних закладів України, науковців з-за кордону, а також спеціалістів лісового і деревообробного комплексу, присвячених різним аспектам освітянських проблем та наукових досліджень, передового досвіду і впровадження у виробництво здобутих результатів.

Призначений для наукових працівників, аспірантів, інженерів галузі, викладачів вищих навчальних закладів освіти, коледжів і технікумів, студентів старших курсів.

Рекомендовано до друку вченою радою НЛТУ України (*протокол № 5 від 5.06.2012 р.*). У збірнику розглядаються проблеми лісового та садово-паркового господарства, екології довкілля, технології та устаткування лісовиробничого комплексу, економіки, планування і управління промислового виробництва, інформаційних технологій галузі, а також освітянські проблеми вищої школи.

Головний редактор:

*д.е.н., професор Ю.Ю. Туниця –
академік НАН України*

Заступник головного редактора : *д.т.н., професор Ю.І. Грицюк*

Редакційна колегія:

*д.б.н., професор
д.б.н., професор
д.б.н., професор
д.б.н., професор
д.б.н., професор
д.б.н., професор
д.с.-г.н., професор
д.с.-г.н., професор
д.с.-г.н., професор
д.с.-г.н., професор
д.с.-г.н., професор*

**В.К. Зайка
Г.Т. Криницький
В.І. Парпан
С.М. Стойко
П.Р. Третяк
Р.Т. Гут
М.М. Гузь
Ю.М. Дебринюк
І.Ф. Калущкий
Л.І. Копій
В.П. Кучерявий
В.П. Рябчук**

*д.е.н., професор
д.е.н., професор
д.е.н., професор
д.е.н., професор
д.е.н., професор
к.т.н., професор
д.т.н., професор
д.т.н., професор
д.т.н., професор
д.т.н., професор
д.т.н., професор*

**В.Я. Гуменюк
Б.В. Кульчицький
І.М. Сиякевич
Ю.І. Стадницький
Г.С. Шевченко
М.Г. Адамовський
В.М. Голубець
Н.І. Библюк
П.В. Білей
О.А. Кійко
В.М. Максимів
Я.І. Соколовський**

Літературні редактори : *А.Ф. Павлишин, В.В. Дудок, І.І. Гураль*

Відповідальний секретар : *Г.Г. Гриник*

Комп'ютерне макетування : *В.С. Гураков*

Коректори : *О.П. Лаврова, Я.Б. Невелик, Ю.З. Некига*

Адреса редакції:

79057, м. Львів-57, вул. Ген. Чупринки, 103, НЛТУ України

Тел.: (032) 240-23-50; 067-944-11-15 **E-mail:** nauk.visnyk@gmail.com

ЗМІСТ

І. ЛІСОВЕ ТА САДОВО-ПАРКОВЕ ГОСПОДАРСТВО 9

В.К. Заїка, А.В. Руденко

МОРФОФІЗІОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ДЕРЕВ СОСНИ
ЗВИЧАЙНОЇ В БОРАХ МАЛОГО ПОЛІССЯ.....9

В.Г. Мазепа, О.Г. Криницька

ПРОДУКТИВНІСТЬ І СТАН ВІДТВОРЕНИХ ПРИРОДНИМ
НАСІННИМ ШЛЯХОМ ДЕРЕВОСТАНІВ У ГРАБОВО-СОСНОВИХ
СУДІБРОВАХ ЛЬВІВСЬКОГО РОЗТОЧЧЯ..... 14

Г.Г. Гриник

ЕКСПОЗИЦІЙНО-ОРОГРАФІЧНІ МОДЕЛІ МІСЦЕПОЛОЖЕНЬ
ОПТИМАЛЬНО-ПРОДУКТИВНИХ ДЕРЕВОСТАНІВ ЯЛИНИ
ЄВРОПЕЙСЬКОЇ В УКРАЇНСЬКИХ КАРПАТАХ..... 19

М.Ю. Лесів, Д.Г. Щепашенко, А.З. Швіденко, Р.А. Бунь

ПОБУДОВА КАРТИ ЛІСІВ УКРАЇНИ ЗА ДАНИМИ ГЛОБАЛЬНИХ
ЦИФРОВИХ КАРТ ЗЕМЕЛЬНОГО ПОКРИВУ24

О.П. Павліщук, С.В. Розвод

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ЕКОНОМІЧНОЇ
ОЦІНКИ ВУГЛЕЦЕДЕПОНУВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ ЛІСІВ
НА ОСНОВІ РЕНТНОГО ПІДХОДУ30

Т.М. Пушкарьова-Безділь, Ю.А. Сеник, В.Й. Кудла, О.В. Нікітіна

РЕЗУЛЬТАТИ ВИРОЩУВАННЯ СУНИЦІ САДОВОЇ –
FRAGARIA ANANASSA DUN. ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПРОДУКТІВ
ВЕРМИКУЛЬТУРИ37

У.Р. Гурла, І.В. Шукель, В.П. Оліферчук

МЕЛІОРАТИВНІ ФУНКЦІЇ ПРОТОМЕЛІОРАНТІВ
У МЕЛІОРАЦІЇ АНТРОПОГЕННИХ ҐРУНТІВ 40

А.І. Івченко, І.М. Пацура, Н.З. Кендзьора, А.С. Мельник, Л.Б. Коляда

ТАКСОНОМІЧНИЙ СКЛАД ГОЛОНАСІННИХ ДЕНДРОПАРКУ
ЛЬВІВСЬКОЇ КЛІНІЧНОЇ ІНФЕКЦІЙНОЇ ЛІКАРНІ.....47

Н.А. Корнілова

ВПЛИВ ВИТЯЖОК ДЕРЕВНИХ, ЧАГАРНИКОВИХ І ТРАВ'ЯНИХ
РОСЛИН НА ПРОРОСТАННЯ НАСІННЯ ЛІКАРСЬКИХ РОСЛИН51

І.В. Базюк-Дубей

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МІКОФЛОРИ УКРАЇНСЬКОГО РОЗТОЧЧЯ
З ІНШИМИ МІКОФЛОРАМИ УКРАЇНИ І ПОЛЬСЬКОГО РОЗТОЧЧЯ.....56

2. ЕКОЛОГІЯ ДОВКІЛЛЯ..... 61

<i>М.В. Римар, О.Н. Боровик</i> ЕКОЛОГІЧНЕ ПІДҐРУНТЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ГОСПОДАРСЬКИХ ВІДНОСИН	61
<i>І.А. Дубовіч, М.В. Руда</i> СУЧАСНІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНІ ПРОБЛЕМИ ТРАНСПОРТУВАННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ВАНТАЖІВ ЛЬВІВСЬКОЮ ЗАЛІЗНИЦЕЮ	66
<i>Г.С. Гулик</i> ВДОСКОНАЛЕННЯ ЕКОЛОГО- ТА ЕКОНОМІКО-ПРАВОВОГО РЕГУЛЮВАННЯ ЛІСОКОРИСТУВАННЯ В УКРАЇНІ	71
<i>А.А. Головка, М.В. Січ</i> ОСОБЛИВОСТІ ПЛАНУВАННЯ ЯК ФУНКЦІЇ УПРАВЛІННЯ ЛІСАМИ ТА ЛІСОВИМ ГОСПОДАРСТВОМ	80
<i>Г.М. Шпак</i> ОРГАНІЗАЦІЙНО-ЕКОНОМІЧНИЙ МЕХАНІЗМ УПРАВЛІННЯ ОРГАНІЧНИМ ЗЕМЛЕРОБСТВОМ В УКРАЇНІ	85
<i>М.М. Запоточний</i> ВПЛИВ РЕКРЕАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ВОДОПРОНИКЛИВІСТЬ ЛІСОВИХ ҐРУНТІВ	92
<i>Ф.А. Важинський, М.А. Павник</i> ОСНОВНІ НАПРЯМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РОЗВИТКУ СІЛЬСЬКИХ ТЕРИТОРІЙ.....	95
<i>А.В. Івануса</i> ОСОБЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ КОНЦЕПЦІЇ СТАЛОГО РОЗВИТКУ В ТУРИЗМІ.....	100
<i>В.Т. Польовська</i> ФОРМУВАННЯ ПОЗИТИВНОГО ІМІДЖУ ЛІСОВИХ І ДЕРЕВООБРОБНИХ ПІДПРИЄМСТВ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕКОЛОГІЧНОГО МАРКЕТИНГУ	103

3. ТЕХНОЛОГІЯ ТА УСТАТКУВАННЯ ЛІСОВИРОБНИЧОГО КОМПЛЕКСУ 112

<i>В.М. Атаманюк, Д.П. Кіндзера, Р.Р. Госовський</i> РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТА ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ ПІД ЧАС РУХУ ТЕПЛОВОГО АГЕНТА КРІЗЬ СТАЦІОНАРНИЙ ШАР ПОДРІБНЕНИХ СТЕБЕЛ СОНЯШНИКА	112
<i>Е.М. Гуліда, І.О. Мовчан</i> ОЦІНЮВАННЯ ПОЖЕЖНОГО РИЗИКУ ДЛЯ СПОРУД ВИРОБНИЧОГО ПРИЗНАЧЕННЯ	118

<i>І.М. Озарків, В.С. Козар, Н.Д. Довга, М.С. Кобриневич</i> ХАРАКТЕРНІ ОСОБЛИВОСТІ ВПЛИВУ РЕЖИМНИХ ПАРАМЕТРІВ СУШІННЯ НА КОЕФІЦІЄНТ ТЕПЛООБМІНУ	128
<i>В.М. Теслюк, Т.В. Теслюк, А.С. Ляпандра</i> МОДЕЛЬ ПІДСИСТЕМИ КЛІМАТ-КОНТРОЛЮ ДЛЯ АНАЛІЗУ РОБОТИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО БУДИНКУ	132
<i>Н.О. Арсиненко</i> ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ВІБРОТРАНСПОРТЕРІВ	135
<i>Х.Р. Лесик</i> АНАЛІЗ ЕКСЕРГЕТИЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ТЕРМОСИФОННОГО СОНЯЧНОГО КОЛЕКТОРА ДЛЯ УМОВ ПОМІРНОГО КЛІМАТУ	140

4. ЕКОНОМІКА, ПЛАНУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ В ГАЛУЗЯХ 147

<i>Г.І. Башнянин, В.А. Сидоренко, М.Б. Люлик</i> ДОКАПІТАЛІЗАЦІЯ КОМЕРЦІЙНОГО СЕКТОРУ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ ЯК ЧИННИК ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ.....	147
<i>О.Ю. Носов</i> ФУНКЦІЇ НАЦІОНАЛЬНОГО БАНКУ УКРАЇНИ В УМОВАХ ПОГЛИБЛЕНОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ	153
<i>В.П. Лещук</i> УДОСКОНАЛЕННЯ УПРАВЛІННЯ ФІНАНСОВИМ КАПІТАЛОМ ФІНАНСОВО-ПРОМИСЛОВОЇ ГРУПИ.....	158
<i>Т.О. Скрипка</i> ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ МАЛОГО ПІДПРИЄМНИЦТВА ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧЕМПІОНАТУ ЄВРО-2012..	162
<i>О.Є. Бавико</i> ОСНОВНІ НАПРЯМИ РОЗВИТКУ РЕГІОНАЛЬНОГО ЕКОНОМІЧНОГО ПРОСТОРУ В УМОВАХ ФОРМУВАННЯ МЕРЕЖЕВОЇ ЕКОНОМІКИ.....	167
<i>Н.М. Воськало</i> ВНУТРІШНІЙ КОНТРОЛЬ ВЛАСНОГО КАПІТАЛУ ПІДПРИЄМСТВА В СИСТЕМІ УПРАВЛІННЯ ЙОГО ДІЯЛЬНІСТЮ	174
<i>М.Ф. Гончар, Л.Ю. Холявка</i> ОСОБЛИВОСТІ УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЧИМ ПОТЕНЦІАЛОМ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА.....	179
<i>Р.С. Грабовський, Р.П. Дудяк</i> КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНІСТЬ ОРГАНІЧНОЇ ПРОДУКЦІЇ НА ПРОДОВОЛЬЧОМУ РИНКУ УКРАЇНИ.....	184
<i>А.Г. Драбовський</i> КООПЕРАТИВНІ СИСТЕМИ: СУТЬ, ПРИНЦИПИ ТА ОСОБЛИВОСТІ ДОСЛІДЖЕННЯ	189

С.Т. Дуда, І.В. Михайлик ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ АНАЛІЗУ БАНКРУТСТВА ПІДПРИЄМСТВА ТА ШЛЯХИ ЙОГО ПОДОЛАННЯ.....	197
В.І. Запоточний ІНВЕСТИЦІЙНА ПОЛІТИКА ЯК ОСНОВНИЙ ЕТАП БАНКІВСЬКОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПРОЦЕСУ.....	201
А.В. Колодійчук КЛАСИФІКАЦІЇ ФАКТОРІВ ІННОВАЦІЙНОГО РОЗВИТКУ ПРОМИС- ЛОВОСТІ: ТРАДИЦІЙНА, БАР'ЄРНА ТА ЗА ПРІОРИТЕТНІСТЮ	207
Н.Ю. Копилюк ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНІ ПОКАЗНИКИ ДІЯЛЬНОСТІ БАНКІВ УКРАЇНИ В КОНТЕКСТІ РЕОРГАНІЗАЦІЙНИХ ПРОЦЕДУР	213
М.В. Корягін ВНУТРІШНЯ ЗВІТНІСТЬ ЩОДО РИНКОВОЇ ВАРТОСТІ ПІДПРИ- ЄМСТВА ЯК ОСНОВА ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ.....	220
М.І. Кульчицький, І.С. Кирилейза АНАЛІЗ КАПІТАЛІЗАЦІЇ БАНКІВСЬКОГО СЕКТОРУ УКРАЇНИ У КРИЗОВИЙ ТА ПОСТКРИЗОВИЙ ПЕРІОДИ	225
Т.А. Піхняк ПРОБЛЕМИ КРЕДИТУВАННЯ МАЛИХ ПІДПРИЄМСТВ В УКРАЇНІ ТА НАПРЯМИ ЇХ ВИРІШЕННЯ	232
Ю.О. Раделицький АСИМЕТРІЯ ІНФОРМАЦІЇ НА РИНКУ ФІНАНСОВИХ ПОСЛУГ	238
С.М. Самець ОБЛІКОВА ПОЛІТИКА ЩОДО РОЗРАХУНКІВ ПІДПРИЄМСТВ І ФОРМУВАННЯ ЇЇ ЕЛЕМЕНТІВ	242
С.Б. Свіцка ФІНАНСОВІ РЕСУРСИ ПІДПРИЄМСТВ ТА ЇХ ВПЛИВ НА ФІНАНСОВУ БЕЗПЕКУ	247
І.І. Свидрук РОЛЬ ТА ЗНАЧЕННЯ ЗАКОНІВ ТЕОРІЇ ОРГАНІЗАЦІЇ У ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМАХ.....	253
В.С. Семйон, К.Й. Варга ОСОБЛИВОСТІ СКЛАДАННЯ ТА ПОДАННЯ ФІНАНСОВОЇ ЗВІТНОСТІ: УКРАЇНСЬКИЙ ТА ЗАРУБІЖНИЙ ДОСВІД	259
Г.В. Стричак, І.І. Сапарта ДЕРЖАВНИЙ БОРГ ТА ПРОБЛЕМИ ЙОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ.....	264
Я.О. Топільницька РОЛЬ ТА ЗНАЧЕННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО ЧИННИКА У РОЗВИТКУ ВІТЧИЗНЯНОЇ ЕКОНОМІКИ	267
Л.Є. Фурдичко, Я.В. Жовтанецька СУТЬ І НЕОБХІДНІСТЬ АНТИКРИЗОВОГО УПРАВЛІННЯ ПРОМИСЛОВИМИ ПІДПРИЄМСТВАМИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ	273

М.Ю. Чік

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ
ОБЛІКУ І КОНТРОЛЮ ВИТРАТ НА ПІДПРИЄМСТВАХ
ЛІСОВОГО ГОСПОДАРСТВА..... 278

Н.В. Москаль

МЕТОДИКА АУДИТУ КРИЗОВИХ ПІДПРИЄМСТВ ТОРГІВЛІ 283

З.П. Девуліт, І.М. Огородник

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК ЗОВНІШНЬОГО ТА ВНУТРІШНЬОГО
СЕРЕДОВИЩА ФУНКЦІОНУВАННЯ ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ 288

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ 297

В.О. Маєвський, А.Я. Вус, В.М. Максимів

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПИЛЮВАННЯ КОЛОДИ СЕКТОРНИМ
СПОСОБОМ НА РАДІАЛЬНІ ПИЛОМАТЕРІАЛИ
З УРАХУВАННЯМ ЇЇ РЕАЛЬНОЇ ФОРМИ 297

Л.К. Гліненко, Є.І. Яковенко

РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ З ПРОМІЖНИМИ
ПУНКТАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ НАДБУДОВИ SOLVER MS EXCEL..... 306

О.О. Карабин, О.Ю. Чмир

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ОПЕРАЦІЇ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ..... 319

В.І. Яциук, І.І. Тучковська

ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ БЕЗПЕКИ РОЗДРІБНОЇ ТОРГІВЛІ 326

Н.В. Кузьминчук

МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ РОЗВИТКУ ЖИТТЄЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
НАСЕЛЕННЯ РЕГІОНУ З ОГЛЯДУ БЮДЖЕТНОГО ФІНАНСУВАННЯ. 333

Г.І. Андрійченко

УДОСКОНАЛЕННЯ ЧАСТКОВОЇ МЕТОДИКИ ВИЗНАЧЕННЯ
СВОЄЧАСНОСТІ МАНЕВРУ 342

А.Б. Горкуненко, С.А. Лупенко

ОБҐРУНТУВАННЯ ДІАГНОСТИЧНИХ І ПРОГНОСТИЧНИХ ОЗНАК
В ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ АНАЛІЗУ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ
ЦИКЛІЧНИХ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ 347

Г.В. Поліщук, С.А. Лупенко, А.М. Луцків

ПРОГРАМНО-АПАРАТНІ ЗАСОБИ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ
ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ ДЛЯ ЗАДАЧ БІОМЕТРІЇ..... 352

П.Р. Ткаченко, О.Р. Ткаченко, У.В. Поліщук

EQUO – ПРОГРАМА ГЕНЕРАТОР ФОРМУЛ ДЛЯ ЕФЕКТИВНОЇ
АПРОКСИМАЦІЇ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ОДНІЄЇ ЧИ ДЕКІЛЬКОХ ЗМІННИХ. 360

І.В. Паснак

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО ВАРІАНТА
ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ГАСІННЯ ПОЖЕЖ КЛАСУ А І В
НА ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВАХ 368

6. ОСВІТЯНСЬКІ ПРОБЛЕМИ ВИЩОЇ ШКОЛИ 380

Г.І. Башиянин, О.М. Свіщов, М.Л. Потинський, Т.П. Бабійчук, О.І. Дунас
СУЧАСНА ВИЩА ОСВІТА: ТЕНДЕНЦІЇ ТА ПЕРСПЕКТИВИ
РОЗВИТКУ 380

Є.Й. Майовець, І.В. Білик
ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ІНСТИТУЦІЙНИХ ЧИННИКІВ
НА ФОРМУВАННЯ РИНКУ ПРАЦІ В УКРАЇНІ 385

Г.В. Стричак, Г.А. Лех, О.Д. Франків
РОЗВИТОК ЛЮДСЬКОГО ПОТЕНЦІАЛУ –
СТРАТЕГІЧНЕ ЗАВДАННЯ БЕЗПЕКИ УКРАЇНИ..... 390

В.Ю. Смочко
ЯКІСТЬ ЖИТТЯ – ШАНС ЧИ ВИРОК КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ
РЕГІОНУ 395

ДО ВІДОМА АВТОРІВ СТАТЕЙ 402

Ключевые слова: транспортная задача, промежуточный пункт, оптимизация, MS Excel Solver.

Glinenko L.K., Yakovenko Ye.I. Solving transportation problem with intermediate points using Excel Solver add-in

Availability of Excel Solver add-in for solving transportation problem with intermediate points as a linear programming problem with restricted flows balance in transport network nodes was considered. Model for finding optimal transit route in networks with arbitrary complexity is proposed.

Keywords: transportation problem, intermediate point, optimization, MS Excel Solver.

УДК 378.1

Доц. О.О. Карабин, канд. фіз.-мат. наук; доц. О.Ю. Чмир, канд. фіз.-мат. наук – Львівський ДУ безпеки життєдіяльності

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ОПЕРАЦІЇ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

У процесі викладання вищої математики значну увагу потрібно приділити вивченню понять і теорем математичного аналізу, які використовуються у математичному моделюванні. До таких понять належать диференціальні операції векторного поля. Розглянуто основні диференціальні операції векторного поля (градієнт, дивергенція, ротор). Показано їх суть з математичної, фізичної та механічної точок зору. Обґрунтовано необхідність їх детального вивчення у курсі вищої математики.

Ключові слова: градієнт, дивергенція, ротор, потенціальне поле.

З метою удосконалення фізико-математичної підготовки майбутніх фахівців важливою є повноцінна реалізація міжпредметних зв'язків математики і фізики з іншими науками. Вища математика, як навчальна дисципліна, виконує одну з головних функцій у процесі навчання, оскільки її поняття дають змогу чітко сформулювати закони і закономірності інших наук, а її методи дають змогу приймати обґрунтовані рішення [2].

Жодне наукове дослідження не є повноцінним без побудови відповідної математичної моделі. Тому значну увагу в процесі викладання вищої математики потрібно приділити вивченню понять і теорем математичного та векторного аналізу, які використовуються в математичному моделюванні.

Векторний аналіз з'явився в математичній науці завдяки У. Гамільтону, який у 1843 р. розглянув поняття кватерніонів, а згодом, у 1853 р., у своїй монографії ввів поняття вектора та вектор-функції. У 1846 р. Гамільтон описав диференціальний оператор "набла", а також визначив скалярний та векторний добутки як операції над нововведеними об'єктами. Векторна символіка своєю компактністю та інваріантністю зацікавила фізиків, що видно з робіт Максвелла, а сучасного вигляду векторному численню надав Хевісайд у 1903 р. [1].

Мета цієї роботи – показати суть диференціальних операцій векторного поля з математичної, фізичної та механічної точок зору, а також можливість застосування сучасних програмних пакетів для розв'язування задач.

На вивчення понять векторного аналізу у вищій школі, на жаль, приділяють дуже мало часу, або їх вивчення виносять на самостійне опрацювання. При цьому не акцентують уваги на застосуванні цих понять у таких дисциплінах, як фізика, механіка, термодинаміка та теплопередача та ін., а тому сту-

денти сприймають ці поняття як формальність, не бачачи перспектив їх використання. Серед наукових праць із проблем впровадження методів математичного моделювання у курс вищої математики потрібно виокремити праці В.Г. Скатецького [3] і Т.В. Крилової [4]. Сучасні засоби навчання дають змогу активізувати навчальний процес та унаочнити його. Поряд з традиційними методами викладання, потрібно застосовувати сучасне програмне забезпечення, за допомогою якого можна досягти економії часу та більшого зацікавлення студентів. Ми пропонуємо у процесі викладання понять векторного аналізу застосовувати програму Maple для розв'язування задач. Але варто звернути увагу на те, що програмне забезпечення можна застосовувати тільки тоді, коли студенти на належному рівні засвоїли відповідні поняття та вміють ними оперувати, розуміють їх суть. Щоб зрозуміти суть понять векторного аналізу обов'язково треба вказувати на їх практичне застосування.

Вивчення будь-якого фізичного явища зводиться до встановлення залежностей між величинами, що характеризують це явище. Для складних фізичних процесів, в яких визначальні величини можуть істотно змінюватися в просторі і часі, встановити залежність між цими величинами дуже важко. На допомогу приходить метод математичної фізики, який базується на тому, що обмежується проміжок часу та з усього простору розглядається лише елементарний об'єм. Вибрані таким чином елементарний об'єм dv , і елементарний проміжок часу $d\tau$, в межах яких розглядається процес, з математичної точки зору є величинами нескінченно малими, а з фізичної точки зору – величинами ще достатньо великими, щоб в їх межах можна було ігнорувати дискретну будову середовища. Отримана таким чином залежність є загальним диференціальним рівнянням певного процесу [4, 5].

Складовими частинами диференціального рівняння є диференціальні операції. До них належать градієнт, дивергенція, ротор (вихор) [6]. Розглянемо ці операції та їх фізичний і математичний зміст. Вивчення цих понять вимагає розуміння понять скалярного та векторного добутку з аналітичної геометрії.

Частина тривимірного простору R^3 , кожній точці M якої поставлено у відповідність значення деякої скалярної величини u (M), називають скалярним полем. З математичної точки зору, скалярне поле є функцією трьох змінних. Прикладами скалярних полів є поле температури певного тіла, поле густини певного неоднорідного середовища, поле вологості повітря, поле атмосферного тиску, поле потенціалів заданого електростатичного поля тощо. Фізичні скалярні поля не залежать від вибору системи координат: величина u є функцією лише точки M і, можливо, часу (нестационарні поля).

Градієнтом поля $u(x; y; z)$ у точці M називають вектор, координатами якого є значення частинних похідних функції у точці M , його позначають

$$\text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}.$$

У процесі викладання потрібно наголосити на тому, що саме в напрямку градієнта поле має найбільшу швидкість зміни, а в напрямку, перпен-

дикулярному до градієнта, швидкість зміни поля дорівнює 0, оскільки саме ця властивість має широке практичне застосування.

Тепер акцентуємо увагу на фізичному змісті градієнта, який впливає з самого означення. Вектор *grad u* не залежить від вибору системи координат, а його модуль і напрям у кожній точці визначається самою функцією *u* (*M*). Наприклад, якщо з'єднати точки тіла, що мають однакову температуру, то отримаємо так звану ізотермічну поверхню. Температура в тілі змінюється тільки в напрямках, що перетинають ізотермічні поверхні. При цьому найбільший перепад температури на одиницю довжини відбувається в напрямку нормалі до ізотермічної поверхні і є не чим іншим як градієнтом температури.

Розглянемо векторне поле та основні поняття, які з ним пов'язані.

Якщо кожній точці *M* простору (або частини простору) поставлено у відповідність деякий вектор $\vec{U}(M)$, то кажуть, що задано векторне поле. Фізичними прикладами векторних полів є електричне поле системи електричних зарядів, яке характеризується в кожній точці вектором напруженості \vec{E} , магнітне поле, утворене електричним струмом і яке характеризується в кожній точці вектором магнітної індукції \vec{B} , поле тяжіння, утворене системою мас і яке характеризується в кожній точці вектором сили тяжіння \vec{F} , що діє в цій точці на одиничну масу, поле швидкостей потоку рідини, яке описується в кожній точці вектором швидкості \vec{v} . Фізичні векторні поля не залежать від системи координат: в кожній точці *M* вектор $\vec{a}(M)$ повністю визначається своїм модулем $|\vec{a}(M)|$ і напрямом.

З математичної точки зору, векторним полем є функція вигляду

$$\vec{U}(x, y, z) = u_x(x, y, z)\vec{i} + u_y(x, y, z)\vec{j} + u_z(x, y, z)\vec{k},$$

де: u_x, u_y, u_z – функції трьох змінних.

Векторне поле тісно пов'язане з поняттям градієнта, а саме, якщо воно збігається в області *G* з полем градієнта деякого скалярного поля *u*(*M*)

$$\vec{a} = \text{grad } u, \tag{1}$$

то таке векторне поле $\vec{a}(M)$ називають потенціальним в області *G*.

Функцію *u*(*M*) називають скалярним потенціалом векторного поля $\vec{a}(M)$. Якщо $\vec{a} = (P, Q, R)$, то із рівності (1) випливає, що

$$P = \frac{\partial u}{\partial x}, Q = \frac{\partial u}{\partial y}, R = \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Інколи потенціалом векторного поля \vec{a} називають таку функцію *u*, що $\vec{a} = -\text{grad } u$.

Розглянемо, наприклад, поле тяжіння точкової маси *m*, розміщеної в початку координат. Воно описується вектор-функцією

$$\vec{F}(M) = -\gamma \frac{m}{r^3} \vec{r},$$

γ – гравітаційна стала, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. З такою силою діє це поле на одиничну масу, розміщену в точці $M(x, y, z)$. Поле тяжіння є потенціальним. Його можна подати у вигляді градієнта скалярної функції $u(M) = \frac{\gamma m}{r}$, яку називають ньютонівським потенціалом поля тяжіння точкової маси m . Дійсно,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \gamma m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = \gamma m \left(-\frac{1}{r^2} \right) \frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{\gamma m}{r^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) = -\gamma m \frac{x}{r^3}.$$

Аналогічно, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\gamma m \frac{y}{r^3}$, $\frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma m \frac{z}{r^3}$, звідси

$$\text{grad } u = -\frac{\gamma m}{r^3} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -\gamma \frac{m}{r^3} \vec{r} = \vec{F}(M).$$

Тепер розглянемо, як можна здійснити подібні обчислення за допомогою програми Maple. Нехай дано функцію $u(M) = \frac{\gamma m}{r}$, де γ – гравітаційна стала, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Обчислимо її градієнт. Для цього потрібно підключити бібліотеку **linalg**, тобто введемо операцію

> restart: with(linalg);

у діалоговому вікні програми та натискаємо \downarrow . Далі вводимо функцію, градієнт якої шукаємо

> u:=gamma*m/sqrt(x^2+y^2+z^2);

та натискаємо \downarrow . Одержуємо

$$u := \frac{\gamma m}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Знайдемо градієнт функції u . Для цього використаємо команду

> grad(u,[x, y, z]);

та натискаємо \downarrow . Таким чином одержуємо

$$\left[-\frac{\gamma m x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, -\frac{\gamma m y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, -\frac{\gamma m z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right].$$

За допомогою програми Maple можна також побудувати зображення векторного поля, яке задає градієнт функції u . Для цього задамо параметри $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ та $m = 1 \text{ кг}$.

Підключимо пакет, за допомогою якого можна побудувати зображення векторного поля. Для цього введемо команду в діалоговому вікні Maple

> restart: with(plots);

та натискаємо \downarrow . Вводимо функцію u

> u:= 6.672*10^(-11)*1/sqrt(x^2+y^2+z^2);

та натискаємо \downarrow . Одержуємо

$$u := \frac{.6672000000 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Далі вводимо команду графічної побудови

> gradplot3 d(u, x = -3.3, y = -4.4, z = -6.6, axesfont = [TIMES, ITALIC,10], color = black, labelfont = [TIMES, BOLD,14], labels = [x, y, z], thickness=2, scaling = CONSTRAINED, style = patch, axes = frame);

та натискаємо \downarrow . Тоді одержуємо зображення векторного поля (рис.)

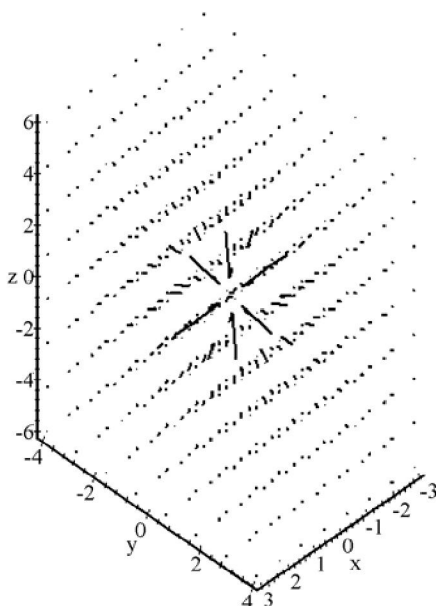


Рис. Графічне зображення векторного поля

Розглянемо тепер електричне поле точкового заряду e , розміщеного в початку координат. Воно описується в точці $M(x, y, z)$ вектором напруженості

$$\vec{E}(M) = \frac{ke}{r^3} \vec{r}.$$

Це поле також є потенціальним полем. Його можна подати у вигляді $\vec{E} = -grad\left(\frac{ke}{r}\right)$. Функція $u(M) = \frac{ke}{r}$ називається потенціалом електричного поля точкового заряду e .

Величину $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ називають дивергенцією поля $\vec{U}(M)$ і позначають одним із символів $div U$ або ∇U . Якщо символічно позначити ∇ як вектор з координатами $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$, то дивергенцію можна розглядати як ска-

лярний добуток вектора ∇ та векторного поля $\vec{U}(M)$. Слово дивергенція означає розбіжність. Дивергенція характеризує густину джерел даного векторного поля в розглянутій точці. Нехай двовимірним векторним полем є сукупність напрямків найшвидшого спуску на земній поверхні, то на місцезнаходження вершин та улоговин вкаже дивергенція, яка буде додатною у вершинах і від'ємною в улоговинах. Якщо $\vec{U} = \vec{v}$ є полем швидкостей під час протікання газу або потоку рідини, то $\text{div } \vec{U}$ дорівнює швидкості збільшення нескінченно малого об'єму. Якщо $\vec{U} = \vec{F}$ є силою, то $\text{div } \vec{U}$ є роботою (потужністю потоку).

Знайдемо дивергенцію вектора $\vec{u} = (3x^2, -4y^3, -\sin z)$ у програмі Maple. Для цього підключимо бібліотеку **linalg**, ввівши операцію

> restart: with(linalg);

у діалоговому вікні програми та натиснувши \downarrow . Далі вводимо вектор \vec{u} , градієнт якого шукаємо

> u:=(3*x^2, -4*y^3, -sin(z));

та натискаємо \downarrow . Одержуємо

$$u := [3x^2, -4y^3, -\sin(z)]$$

Знайдемо дивергенцію вектора \vec{u} , ввівши операцію

> diverge(u, [x, y, z]);

та натиснувши \downarrow . Одержуємо

$$6x - 12y^2 - \cos(z)$$

Якщо розглянути векторний добуток символічного вектора ∇ і вектора \vec{U} :

$$\nabla \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix},$$

то отримаємо вектор, який називають ротором векторного поля \vec{U} і позначають $\text{rot } \vec{U}$. З механічної точки зору, векторний добуток – це момент вектора. Під дією цього моменту векторне поле може обертатись. При цьому $\text{rot } \vec{U}$ є вектором подвоєної кутової швидкості обертання поля. Справді, розглянемо тверде тіло, яке обертається навколо осі Oz із сталою кутовою швидкістю ω . Векторне поле швидкостей $\vec{v}(M)$ точок цього тіла можна подати у вигляді

$$\vec{v}(M) = [\vec{\omega} \vec{r}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ x & y & z \end{vmatrix} = -\omega y \vec{i} + \omega x \vec{j}.$$

Знайдемо ротор поля швидкостей $\vec{v}(M)$:

$$\text{rot } \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\omega y & \omega x & 0 \end{vmatrix} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\omega\vec{k} = 2\omega\vec{k}.$$

Таким чином, $\text{rot } \vec{v}$ є сталим вектором, напрямленим уздовж осі обертання Oz , а його модуль дорівнює подвоєній кутовій швидкості обертання тіла: $|\text{rot } \vec{v}| = 2\omega$.

Команда **curl (u, [x, y, z])** у програмі Maple визначає ротор тривимірного вектора \vec{u} . Знайдемо ротор вектора $\vec{v} = (-\omega y, \omega x, 0)$. Підключимо бібліотеку **linalg**, ввівши операцію

> restart: with(linalg):

та натиснувши \downarrow . Далі вводимо вектор \vec{v} , ротор якого шукаємо

> v:=vector([-omega*y, omega*x, 0]);

та натискаємо \downarrow . Одержуємо вектор v , а саме $v := [-\omega y, \omega x, 0]$. Знаходимо ротор вектора \vec{v} за допомогою операції

> curl(v,[x, y, z]);

Отримуємо координати вектора $[0, 0, 2\omega]$.

Розглянемо потенціальне поле $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Його потенціал $u = \frac{r^2}{2} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2}$. Обчислимо ротор цього поля:

$$\text{rot } \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} = \vec{0}.$$

Взагалі, ротор довільного потенціального поля дорівнює нулю. Тому кажуть, що потенціальне поле є безвихровим.

Описані диференціальні операції векторного поля фігурують у математичних моделях фізичних процесів. Так, в основній гіпотезі математичної теорії теплопровідності, величина теплового потоку через будь-яку ізотермічну поверхню дорівнює $-K \frac{\partial v}{\partial n}$, де K – коефіцієнт теплопровідності речовини, а $\frac{\partial v}{\partial n}$ – похідна від швидкості вздовж зовнішньої нормалі до поверхні, а це не що інше, як $\text{grad } v$. Операція дивергенції виникає у диференціальному рівнянні теплопровідності $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \text{div}(\text{grad } t) + f(x, y, z, \tau)$, де t – шукана функція температури, τ – час, a – коефіцієнт, який характеризує середовище, $f(x, y, z, \tau)$ – функція, що описує внутрішні джерела тепла.

Як бачимо, диференціальні операції векторного поля мають глибокий фізичний зміст і поряд з тим мають символічний математичний характер. У процесі викладання вищої математики студентам та курсантам технічних вузів потрібно особливо акцентувати увагу на цих поняттях, показувати на прикладах, де саме ці поняття виникають у фізиці та техніці, звертати увагу на символічний характер цих понять, а також поряд з традиційними методами викладання використовувати сучасні інформаційні засоби, що дасть змогу активізувати навчальний процес, покращити його якість, сприятиме глибшому засвоєнню матеріалу.

Література

1. Александрова Н.В. Формирование основных понятий векторного исчисления / Н.В. Александрова // Историко-математические исследования. – М. : Изд-во "Наука", 1982. – № 26. – С. 205-234.
2. Деркач М.И. Проблема совершенствования преподавания математики / М.И. Деркач, Ю.Е. Обжерин, А.Ф. Хрусталёв. – Севастополь : Изд-во СевНТУ. – 2010. – Вып. 105. – С. 27-34.
3. Скатецкий В.Г. Математическое моделирование физико-химических процессов / В.Г. Скатецкий. – Минск : Изд-во "Высш. шк.", 1981. – 141 с.
4. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т.В. Крилова. – К. : Вид-во "Вища шк.", 1998. – 438 с.
5. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М. : Изд-во "Наука", 1964. – 464 с.
6. Исаченко В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко. – М. : Изд-во "Энергия", 1975. – 488 с.
7. Овчинников П.Ф. Вища математика / П.Ф. Овчинников. – К. : Вид-во "Техніка", 2000. – Ч. 1. – 552 с.

Карабын О.А., Чмир О.Ю. Дифференциальные операции векторного поля

Значительное внимание в процессе преподавания высшей математики следует уделять изучению понятий и теорем математического анализа, которые используются в математическом моделировании. К таким понятиям принадлежат дифференциальные операции векторного поля. Рассмотрены основные дифференциальные операции векторного поля (градиент, дивергенция, ротор). Показана их суть с математической, физической и механической точек зрения. Обоснована необходимость их тщательного изучения в курсе высшей математики.

Ключевые слова: градиент, дивергенция, ротор, потенциальное поле.

Karabyn O.O., Chmyr O.Yu. Differential operations in the vector field

In higher mathematics we have to pay great attention to teaching the notions and theorems of math analysis, which are used in mathematical modelling. Differential operations of vector field are one of these notions. This work deals with the main differential operations of vector field (gradient, divergence, rotor), which have been analyzed from mathematical, physical, and mechanical point of view. The importance of their detailed studying at the lessons of higher mathematics has been explained.

Keywords: gradient, divergence, rotor, potential field.

УДК 519.[728.4+714]

Доц. В.І. Яшук, канд. екон. наук;
асист. І.І. Тучковська, канд. екон. наук – Львівська КА

ІНФОРМАЦІЙНІ СИСТЕМИ БЕЗПЕКИ РОЗДРІБНОЇ ТОРГІВЛІ

Висвітлено сучасні інформаційні системи безпеки, зокрема: охоронно-тривожної сигналізації, відеоспостереження, ІР-відеоспостереження, контролю касових операцій, управління доступом, оповіщення та озвучування, захисту від крадіжок, за-

Підп. до друку 6.06.12. Формат 60×84/16. Папір офсетний. Друк офсетний.
Ум. др. арк. 23,48. Ум. фарбо-відб. 23,72. Облік.-вид-арк. 23,6. Тираж 250 прим.
Зам. № 09/2012

Видавець: Редакційно-видавничий центр НЛТУ України
79057, м. Львів, вул. Генерала Чупринки, 103
Тел.: (032) 240-23-50; 067-944-11-15
E-mail: nauk.visnyk@gmail.com

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції
(Серія ДК, № 2062 від 17.01.2005 р.)

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації
(Серія КВ, № 11889-7601Р від 26.10.2006 р.)

Згідно з постановою президії ВАК України, "Науковий вісник НЛТУ України" належить до Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук за такими напрямками: *біологічні науки* (від 10.03.10 р., № 1-05/2), *технічні науки* (від 14.04.10 р., № 1-05/3), *сільськогосподарські науки* (від 01.07.10 р., № 1-05/5) та *економічні науки* (від 06.10.10 р., № 1-05/6)