Національний технічний університет України «КПІ»

МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ «МАТЕМАТИКА В СУЧАСНОМУ ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ»

19–20 квітня 2013 року, Київ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

Київ — 2013

ПРО ДЕЯКІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

О. О. Карабин, О. Ю. Чмир
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
Львів, Україна
oksana_karabyn@mail.ru, o_chmyr@yahoo.com

Математика, як одна з найстародавніших наук, зародилася з потреб практики. Будівництво, вимірювання площ земельних ділянок, торговельні розрахунки потребували вміння виконувати арифметичні обчислення, а також певних геометричних уявлень. Згодом математика сформувалася у певну систему, як складова частина загального комплексу наукових знань. Потреби природознавства, техніки постійно ставили перед людьми нові задачі, які в свою чергу стимулювали розвиток самої математики. Водночас прогрес в самій математиці підвищував ефективність математичних методів.

Роль математики в різних галузях людської діяльності з часом змінювалася, причому залежала в основному вона від двох факторів: рівня розвитку математичного апарату і ступеня зрілості знань про той чи інший досліджуваний об'єкт, тобто можливості описати найістотніші його властивості мовою математичних понять або, як кажуть, можливості побудувати математичну модель цього об'єкта.

Одним з основних видів математичних моделей є рівняння, вивчення якого починається з найпростішого випадку – одне рівняння першого степеня з одним невідомим, а потім поглиблюється в двох напрямках: перший – розглядаються системи двох і трьох рівнянь першого степеня з двома і, відповідно, трьома невідомими; другий – вивчається одне квадратне рівняння з одним невідомим і деякі окремі типи рівнянь, що легко зводяться до квадратних, наприклад, відоме біквадратне рівняння.

Відсутність формул для розв'язування рівнянь вищих степенів не слід вважати дуже прикрою обставиною. Оскільки коефіцієнти більшості рівнянь, які доводиться розв'язувати фізикам чи інженерам, є величинами, знайденими в результаті вимірювань, тобто наближеними, а тому корені потрібно знати лише наближено, із заданою точністю. Це дало поштовх до розробки різних методів наближеного розв'язку рівнянь – графічних та чисельних.

З появою комп'ютерів роль таких методів особливо зросла, оскільки завдяки їм вдалося істотно розширити клас задач, розв'язуваних за допомогою різних комп'ютерних програм.

Таким чином, постає питання не про практичну можливість відшукання коренів, а про їх існування. Відомо, що існують квадратні рівняння з дійсними коефіцієнтами, які не мають дійсних коренів. Розглядаючи квадратні рівняння, а також рівняння третього та четвертого порядків у множині комплексних чисел, обов'язково відшукаються їхні розв'язки.

Вивчення алгебраїчних рівнянь є важливим підґрунтям для розв'язування різних задач з курсу вищої математики, наприклад, для обчислення інтегралів за допомогою методу невизначених коефіцієнтів, для знаходження коренів характеристичного рівняння, яке виникає при розв'язуванні лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків. При розв'язуванні таких задач виникають рівняння

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n = 0, \tag{1}$$

ліву частину яких потрібно подати у вигляді

$$a_0(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n) = 0,$$

де x_1, x_2,..., x_n – корені рівняння (1).

Відомо те, що корені рівнянь першого, другого, третього та четвертого степенів виражаються через їх коефіцієнти за допомогою скінченної комбінації алгебраїчних дій, тобто ці рівняння розв'язуються в радикалах. Для рівнянь вищих степенів вдається лише виділити окремі види рівнянь п'ятого степеня, що зводяться до розв'язування рівнянь нижчих степенів або до двочленного рівняння $y^5 + q = 0$, всі значення коренів якого визначаються за формулою добування кореня комплексного числа: $y = \sqrt[5]{-q}$.

До рівнянь, що розв'язуються в радикалах, належать, зокрема, так зване симетричне рівняння

$$a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0,$$

яке можна звести до вигляду

$$a_0(x^5+1) + a_1(x^3+1)x + a_2(x+1)x^2 = 0.$$

Взагалі, симетричним рівнянням n-го степеня називається алгебраїчне рівняння

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0,$$

у якому коефіцієнти при x^n і x^{n-m} рівні.

Ще один тип рівнянь вищих степенів, які розв'язуються в радикалах, є так звані тричленні рівняння, тобто рівняння виду

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0,$$

яке заміною $x^n = t$, зводиться до квадратного рівняння.

Існують також штучні способи розв'язування в радикалах окремих рівнянь вищих степенів, це так звані рівняння, у яких явно видно, яку потрібно провести заміну, щоб отримати рівняння нижчого степеня.

Норвезький математик Н. Абель з'ясував неможливість розв'язання в радикалах рівняння вище четвертого степеня. Він довів, що не існує універсальної формули подання коренів рівняння п'ятого і вищих степенів через його коефіцієнти за допомогою скінченного числа алгебраїчних дій. З праць Абеля, проте, не випливало, що зовсім не існує окремих рівнянь п'ятого, шостого і вищих степенів, які розв'язуються в радикалах. Отже, пошук критерію розв'язуваності рівняння в радикалах тривав. Успішно завершив його у першій половині XIX ст.. геніальний французький математик Е. Галуа.

Слід зазначити, що теорія груп, яка виникла в зв'язку із, здавалося б, суто алгебраїчною проблемою розв'язуваності рівнянь в радикалах, довгий час вважалась найбільш «чистою» математичною дисципліною, позбавленою будь-якої практичної цінності, проте сьогодні апарат теорії груп є одним з найширше застосовуваних не лише в різних розділах математики (геометрія, топологія), а й поза нею (кристалографія, теорія елементарних частинок).

Як відомо, розв'язати алгебраїчно можна лише алгебраїчні рівняння певних типів. Проте існують загальні способи, що дають змогу знайти наближені значення дійсних коренів рівнянь.

Одним з таких методів є графічний метод наближеного розв'язування рівнянь. При графічному розв'язуванні рівняння $\varphi(x)=\psi(x)$ корені знаходяться геометричними побудовами. Графічний метод відіграє важливу роль як допоміжний засіб, застосовуваний при наближеному розв'язуванні рівнянь. Графіки функцій $\varphi(x)$ і $\psi(x)$ часто дають можливість визначити число коренів рівняння, відшукати ті проміжки, в яких містяться корені, і визначити наближено їх числові значення. Результати, здобуті графічним методом, перевіряються й уточнюються обчислювальними методами.

Розглянемо рівняння $F(x)=0$. Його розв'язування можна геометрично тлумачити як знаходження точок перетину лінії графіка функції $y=F(x)$ з віссю абсцис. Якщо графік $y=F(x)$ не має спільних точок з віссю абсцис, то рівняння не має дійсних коренів. Але при зростанні степеня рівняння кількість його коефіцієнтів збільшується, а це ускладнює побудову кривої. Задачу можна спростити, якщо рівняння $F(x)=0$ подати у вигляді $\varphi(x)=\psi(x)$. Найчастіше одну з цих функцій вибирають так, щоб відповідна крива не залежала від параметрів рівняння, тобто залишалась незмінною для всіх рівнянь даного виду. Якщо побудуємо графіки функцій $y=\varphi(x)$ і $y=\psi(x)$, використовуючи табличні значення та властивості цих функцій, то абсциси точок перетину їх будуть коренями даного рівняння.

Список літератури

1. Чмир О.Ю. Про питання знаходження розв'язків алгебраїчних рівнянь п'ятого та вищих степенів / О. Ю. Чмир, О. О. Карабин, О. М. Трусевич, О. В. Меньшикова // Матер. XV міжвузів. наук.-практ. конф. "Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах" – Львів, 2010. – С. 40 - 43.

2. Карабин О.О. Про групу Галуа алгебраїчного рівняння / О. О. Карабин, О. Ю. Чмир, О. В. Меньшикова // Матер. XVII міжвузів. наук.-практ. конф. "Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах" – Львів, 2012. – С. 34 - 38.

Секція 2. Методика викладання математики у вищій школі

Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. *Особливості викладу навчального матеріалу у дистанційному курсі «Вища математика для інженерів і економістів»* 208

Ачкан В. В., Семенова К. І. *Елективні курси в класах з поглибленим вивченням математики як засіб підготовки учнів до навчання у педагогічних вишах* 213

Ачкан В. В., Тінькова Д. С. *Реалізація компетентнісного підходу у процесі організації самостійної роботи студентів-психологів з курсу "Математична статистика на ЕОМ"* 217

Байгушева И. А. *Проектирование и реализация математической подготовки бакалавров, обучающихся по направлению «Экономика»* 220

Баліна О. І., Буценко Ю. П. *Мотиваційний підхід до викладання курсу Вищої математики в технічному університеті* 224

Барановська Г. Г., Барановська Л. В. *Методичне забезпечення кредитно-модульної технології навчання в курсі вищої математики* 228

Бейко І. В. Про підвищення якості навчання із використанням обчислювальних експериментів 230

Березовський В. Є., Закорчевна С. А. *Прикладний нестандартний аналіз* 234

Березовський В. Є., Труш Т. І. *Позначення Лейбніца для похідної функції* 236

Вакульчик В. С., Капусто А. В., Жак В. А., Мателенок А. П. *Педагогические особенности и направления методики повышения эффективности математической подготовки на технических специальностях* 238

Варварецька Г. А., Климова Т. І., Сапронова Т. М. *Використання опорного конспекту в процесі викладання дисципліни «Вища математика» для курсантів-заочників прискореного курсу навчання на базі освітньо-кваліфікаційного рівня «молодший спеціаліст»* 242

Величко Л. Д. *Метод інтенсифікації на практичному занятті* 245

Вірченко Н. О. *Бути творчим лектором!* 248

Воробйова А. І. *Поєднання абстрактного та прикладного аспектів курсу Вища математика на прикладі модулю «Лінійна алгебра»* 250

Габриель Л. А. *Разработка учебного пособия по теории вероятностей на основе деятельностного подхода к обучению в техническом университете* 255

Гайсакова А. И., Кульжумиева А. А. *Значение прикладной направленности в физико-математическом образовании* 259

Дем'яненко О. О. *Про необхідність індивідуального підходу при вивченні курсу „Вища математика" в технічному вузі* 261

Журавська В. І. *Навчання пошуку розв'язання задач* 263

Зеленков В. И. *Разработка электронных учебных пособий в среде Wolfram Research MATHEMATICA* 265

Казнадій С. П., Муращковська В. П., Руновська Л. А. *Аналіз засвоєння вищої математики студентами першого курсу* 269

Карабин О. О., Чмир О. Ю. *Про деякі методи розв'язування алгебраїчних рівнянь* 271

Карупу О. В., Олешко Т. А., Пахненко В. В. *Про викладання математичного аналізу іноземним студентам в рамках англомовного проекту НАУ* 274

Каскевич В. И., Воронович И. И., Тавгень А. И. *О курсе Дискретная математика» в техническом университете* 278

Колесник Е. С. *Інтуїція при вивченні вищої математики* 282
Коновал А. В. *Методика формування математичних понять* 284
Кононенко А. И., Харченко А. П., Посылаева Р. В. *Задачи и метод преподавания высшей математики в техническом вузе* 286
Лапа Т. В., Мовша О. М. *Економічне застосування частинних похідних на практичних заняттях з вищої математики* 289
Лукьянов С. А., Кульжумиева А. А. *Возможность интеграции теоретического и практического компонентов в обучении при модульном построении курса* 291
Медведєв М. Г., Мазур О. К., Шоха В. П. *Аспекти викладання «Вищої математики» в сучасних умовах для «нематиматиків»* 295
Микулик Н. А., Рейзина Г. Н. *Методика изложения курса высшей математики в техническом университете* 296
Мироненко Л. П. *Усиленный необходимый признак сходимости числовых рядов с положительными членами* 298
Митник Ю. В. *До питання про якість шкільної і вищої математичної освіти* 302
Олалі Н., Проміс Н., Залізко В. *Використання елементів автогогіки під час вивчення математичного аналізу у педагогічних навчальних закладах* 305
Ординська З. П., Репета Л. А. *Про використання дистанційного курсу «Вища математика»* 310
Орлова Н. Д., Климова Т. И., Сапронова Т. М. *О преемственности обучения курсантов-иностранцев на подготовительном факультете и в вузе* 313
Панасюк Н. М. *До питання викладання вищої математики в сучасному технічному університеті* 317
Репета Л. А., Репета В. К. *Про ще один метод розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами* 321
Селезньова Н. В., Селезньова Н. П. *Специфіка викладання математичної статистики для соціологів з використанням сучасних комп'ютерних технологій* 324
Тихонова В. В., Лещинський О. Л., Томащук О. П., Бохонова Т. Ю., Гроза В. А. *Концептуальні вимоги до структури і змісту математичної освіти молодших спеціалістів-програмістів* 328
Тіман М. П., Дьяченко Н. К. *Вища математика та Болонський процес навчання в Україні* 331
Чесалин В. И. *Роль учебно-методического комплекса при изучении дисциплины «Функциональный анализ»* 333
Шаврова О. Б. *Математика – мова інтелігентної людини* 335