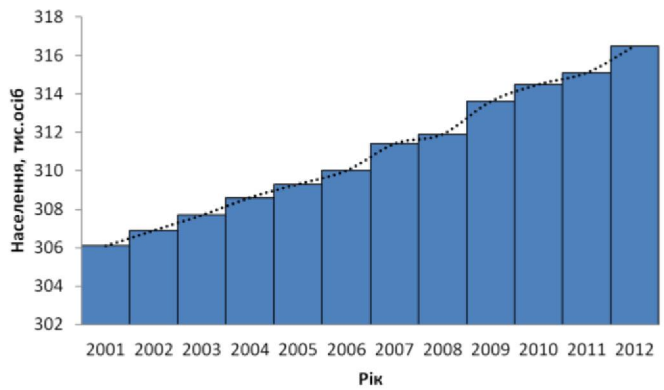

***Рис. 2** – Гістограма статистичного розподілу*

За формою гістограми частот, ми можемо висунути гіпотетичне твердження, що залежність населення від року має експоненціальний закон розподілу ймовірностей. Оскільки наведене твердження має риси гіпотези, нами здійснена перевірка цього твердження з допомогою критерію узгодженості. Здійснивши обчислення теоретичних частот та визначивши значення $\chi^2_{\text{спостережне}}$ його було порівняно із значенням критичної точки розподілу. Результати зіставлення показали, що $\chi^2_{\text{сп}} \in [0;18,3]$, тому гіпотеза про експоненціальний закон розподілу досліджуваної ознаки також не приймається.

Зважаючи на вищевикладені результати, ми дійшли висновку, що для здійснення прогнозування пасажиропотоків на основі аналізу демографічної ситуації необхідно використовувати апроксимаційний інструментарій. Після чого буде здійснено поділ населення за категоріями, визначення транспортної рухливості та транспортний потенціал.

Література:

1. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: Ч. ІІ. Математична статистика. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.

УДК 682.03

ЗАСТОСУВАННЯ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА ПРИ АНАЛІЗІ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Полешко М.
Карабин О.О. доцент кафедри прикладної математики і механіки канд. фіз.-мат. наук, доц.
Кусій М.І. доцент кафедри прикладної математики і механіки, канд. пед. наук
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

Забезпечення безпеки життєдіяльності людини на виробництві – це першочерговий обов’язок працедавця. Але ця проблема завжди вирішується в умовах обмежених економічних можливостей. Працедавець зобов’язаний проводити атестацію робочих місць за умовами праці, інформувати працівників про умови праці, про існуючий ризик завдати шкоду здоров’ю. Оцінку впливу небезпечних факторів виробництва можна здійснювати методами статистичного моделювання. Аналіз статистичної інформації про захворюваність на робочих місцях дозволить встановити певні закономірності і фактори , що впливають на цей показник. Одним із методів такого статистичного моделювання є аналіз випадкових процесів за допомогою ланцюгів Маркова. Покажемо приклад застосування ланцюга Маркова до аналізу захворюваності з тимчасовою втратою працездатності.

Нехай імовірність захворіти на деякому підприємстві дорівнює α . Ця величина є обернено пропорційною до середнього значення тривалості періодів між захворюваннями. Позначимо через β імовірність виздоровлення. Величина β є обернено пропорційною до середньої тривалості захворювання. Припустимо, що обидві імовірності належать проміжку часу Δt , рівному одній добі. Якщо сьогодні працівник здоровий з імовірністю p_0 або хворий з імовірністю $p_1 = 1 - p_0$, то завтра він буде здоровий з імовірністю $(1-\alpha)p_0 + \beta p_1$ або захворіє з імовірністю $\alpha p_0 + (1-\beta)p_1$. Легко розрахувати імовірності бути здоровим чи хворим і на наступні дні. Така послідовність імовірностей зображає найпростіший варіант ланцюга Маркова.

Розглянемо стан окремого працівника. Його стану «здоровий» поставимо у відповідність «0», а стану «хворий» поставимо у відповідність «1».

Припустимо, що в рівновіддалені моменти часу $t_1, t_2, ..., t_{i-1}$ система знаходиться в стані «1». Розглянемо подію А – система переходить із стану «1» в стан «0», $\bar{A}$ – система залишається в стані «1» і випадкову величину $X = i \cdot \Delta t$ – час першого переходу із стану «1» в стан «0». Імовірність такої події А:

$$P(A) = 1 - \beta$$

$$P(\bar{A}) = (1-\beta)^{i-1}.$$

Закон розподілу випадкової величини Х має вигляд:

$$f(X) = \alpha \cdot \beta \cdot (1-\beta)^{i-1},\ i=1,2,\ldots \qquad [1]$$

Щоб розглянути процес переходу із одного стану в інший складемо матрицю переходів:

$$\Pi = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\alpha & \beta \\ \alpha & 1-\beta \end{pmatrix}$$

Вектор імовірностей перейти з одного стану в інший : $P(t_i) = \begin{pmatrix} p_0, & t = i \\ p_1, & t = i+1 \end{pmatrix}$

визначається матричним рівнянням: $P(t_i) = \Pi \cdot P(t_{i-1})$.

З теорії ланцюгів Маркова мають місце такі співвідношення:

$$P(i\Delta t) = \Pi^i \cdot P(t_0)$$

$$\Pi^i = \begin{pmatrix} p_0(\infty) & p_1(\infty) \\ p_0(\infty) & p_1(\infty) \end{pmatrix} + (1-\alpha-\beta)^i \begin{pmatrix} p_1(\infty) & -1 \\ -1 & p_0(\infty) \end{pmatrix},\ \text{де}$$

$$p_0(\infty) = \frac{\beta}{\alpha+\beta},\quad p_1(\infty) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

величини $p_0(\infty)$ і $p_1(\infty)$ визначають розподіл імовірностей виявити здорового чи хворого працівника через тривалий проміжок часу після початку відліку. В теорії ланцюгів Маркова розподіл $p(\infty)$ називається фінальним. Він задовольняє рівняння:

$$p(\infty) = \pi \cdot p(\infty);$$

Це означає , що наблизившись до фінального розподілу, імовірності не змінюються від ланки до ланки ланцюга, тобто скільки людей захворіє за одиницю часу, стільки ж і виздоровіє.

Література:

1. Г.Ф. Федорович «Аппарат теории цепей Маркова в профэпидемиологии» / Безопасность и охрана труда № 1, 2013 http:// ntm.ru/control/113/8055.
2. Кельберт М. Я., Сухов Ю. М. Ймовірність і статистика в прикладах і задачах. Т. ІІ: Марківські ланцюги як відправна точка теорії випадкових процесів та їх застосування. М.: МЦНМО, 2009. – 295 с.: Іл.
3. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей. — К: КНЕУ, 1999. — Ч. 1.