Міністерство освіти і науки України, Академія наук вищої школи України
Кам`янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Інститут кібернетики імені В М. Глушкова НАН України
Інститут математики НАН України
Міжнародний інститут прикладного системного аналізу (Австрія)
Ташкентський державний технічний університет (Узбекистан)
OKAN UNIVERSITY (Istanbul, Turkish)
Люблінський технологічний університет (Польща)
Університет Вітаутаса Великого (Литва)

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ

OPTIMA

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ VI МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
2014

комунікаційних технологій, зокрема створювати графічні зображення, комп'ютерні презентації, текстові документи, шукати інформацію в мережі Інтернет, користуватись електронною поштою та ін. Наведенні навички можна сформувати з допомогою використання у навчальному процесі хмарних технологій. Разом з цим, ці технології будуть корисними і для вчителя, оскільки має доступ до своїх матеріалів і документів будь-де і будь-коли; з'являється можливість використання відео і аудіо файлів прямо з Інтернету, без додаткового завантаження на комп'ютер; організація спілкування засобами Lync з предметними кафедрами вищих навчальних закладів (проведення он-лайн уроків, тренінгів, круглих столів); можливість формувати траєкторії розвитку кожного учня з конкретного предмету; принципово нові можливості для організації досліджень, проектної діяльності та адаптації навчального матеріалу до реального життя.

Отже, постає необхідність в ознайомленні та формуванні відповідних компетентностей у використанні хмарних технологій майбутніми вчителями початкових класів.

Список використаних джерел:

1. Морзе Н.В. Як навчати вчителів, щоб комп'ютерні технології перестали бути дивом у навчанні? / Н.В. Морзе // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2010. – №6 (86). – С. 10-14.
2. Морозов А. Школьники уходят в облака [Електронний ресурс] / А. Морозов. – Режим доступу: http://www.ng.ru/education/2011-09-06/8_shkolniki.html.
3. Облачные вычисления. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://habrahabr.ru/-blogs/cloud_computing/111274.
4. Каракулина Н.С. Облачные технологии в школьном образовательном процессе [Електронний ресурс] / Н.С. Каракулина. – Режим доступу: http://karanatauray.blogspot.com/2012/04/blog-post.html. – Назва з екрану.

Р. М. Тацій, О. Ю. Пазен

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ В БАГАТОШАРОВІЙ СТІНЦІ СИСТЕМОЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Постановка задачі. Розглядається задача про розподіл температурного поля в n-шаровій плиті, що поділена на n шарів різної товщини площинами $x = x_i$, $i = \overline{0,n}$, причому $x_0 < x_1 < x_2 < ... < x_{n-1} < x_n$.

Припускається, що кожний шар наділений своїм коефіцієнтом теплопровідності та внутрішнім розподіленим джерелом тепла. На межах шарів (окрім внутрішнього та зовнішнього) передбачається наявність зосереджених джерел температури та виконання умов неідеального теплового контакту. Вважатимемо, що в деякій точці $x = x_m$, $(0 \le m \le n)$ відомі («виміряні») температура та тепловий потік, а температуру і тепловий потік в кожній точці проміжку $[x_0, x_n]$ необхідно знайти. Як випливає з робіт [1, 2], поставлена задача зводиться до розв'язування квазідиференціального рівняння

$$\left(\left(\sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i\right) t'\right)' = \sum_{i=0}^{n-1} r_i \theta_i, \tag{1}$$

за умов спряження

$$\begin{cases} t_{i+1}(x_i) - t_i(x_i) = \dfrac{1}{\alpha_i} t_i^{[1]}(x_i), \\ t_{i+1}^{[1]}(x_i) - t_i^{[1]}(x_i) = s_i, \quad i = \overline{1, n-1}. \end{cases} \tag{2}$$

Тут $t_i(x)$, $t_i^{[1]} \overset{df}{=} \lambda_i t_i'(x)$ – температура та тепловий потік відповідно на $[x_i, x_{i+1})$, $t(x) = \sum_{i=0}^{n-1} t_i(x)\theta_i$, $t^{[1]}(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \cdot t_i'(x)\theta_i$, θ_i – характеристична функція напіввідкритого проміжку $[x_i, x_{i+1})$, тобто $\theta_i = \begin{cases} 1, & x \in [x_i, x_{i+1}) \\ 0, & x \notin [x_i, x_{i+1}) \end{cases}$; $\lambda_i > 0$ – коефіцієнт теплопровідності на проміжку $[x_i, x_{i+1})$; $\delta_i(x - x_i)$ – функція Дірака з носієм в точці $x = x_i$; r_i, s_i – дійсні числа, що характеризують інтенсивності розподілених та зосереджених джерел тепла відповідно.

До цього слід додати початкові умови

$$\begin{cases} t(x_m) = t^m, \\ t^{[1]}(x_m) = t^{[1]m} \end{cases}, m = 0, 1, 2, ..., n. \tag{3}$$

Введемо вектори:

$$\bar{T} = \left(t, t^{[1]}\right)^T, \ \bar{T}_i = \left(t_i, t_i^{[1]}\right)^T, \ \bar{R}_i = (0, r_i)^T, \ \bar{S}_i = (0, s_i)^T,$$

$$\bar{P}_m \overset{df}{=} \bar{T}(x_m) = \left(t_m, t_m^{[1]}\right), \ i = \overline{0, n-1}$$

та матриці:

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{\alpha_i} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_i = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{1}{\lambda_i} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, n-1}.$$

Тоді задача (1)-(3) зводиться до розв'язування еквівалентної системи диференціальних рівнянь з імпульсною дією:

$$\bar{T}' = \left(\sum_{i=0}^{n-1} C_i \theta_i\right) \cdot \bar{T} + \bar{R}_i, \tag{4}$$

$$\bar{T}_i(x_i) - \bar{T}_{i-1}(x_i) = A_i \cdot \bar{T}_{i-1}(x_i) + \bar{S}_i, \quad i = \overline{0, n-1} \tag{5}$$

при початковій умові

$$\bar{T}(x_m) = \bar{P}_m. \tag{6}$$

Задача (4), (5), (6) розв'язана в замкненій формі [3].

Список використаних джерел:

1. Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием / А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк. – К. : Наукова думка, 1987. – 287 с.
2. Тацій Р.М. Визначення теплообміну в багатошаровій нескінченній плиті з дискретно-неперервним розподілом тепла / Р.М. Тацій, М.І. Кусій, О.Ю. Пазен // Пожежна безпека : зб. наук. пр. ЛДУ БЖД. – 2012. – №6. – С. 121-128.
3. Тацій Р.М. Конструкція розв'язків лінійних імпульсних диференціальних рівнянь з кусково-змінними коефіцієнтами / Р.М. Тацій, М.Ф. Стасюк, О.О. Власій // Фізико-метематичні науки : вісник НУ «ЛП». – 2013. – №768. –С. 40-45.

В. А. Тихоход
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МЕТОДА КВАДРАТУР РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА II РОДА

Для систем интегральных уравнений Вольтерра (СИУВ) существенной особенностью численного решения является необходимость проведения большого количества вычислительных операций. Поэтому актуальным направлением повышения эффективности решения СИУВ является разработка параллельных алгоритмов и соответствующих программ.

При численном решении систем линейных интегральных уравнений Вольтерра (СЛИУВ) IIрода методом квадратур используется выражение [1]

$$\sum_{j=1}^{m} y_j^{(i)}(a_{rj} - K_{rji}^{(i)} A_i) = f_r^{(i)} + \sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{i-1} K_{rji}^{(l)} y_j^{(l)} A_l. \tag{1}$$

где

$$K_{rji}^{(l)} = K_{rj}(x_i, x_l), \quad y_j^{(l)} = y_j(x_l), \quad f_r^{(i)} = f_r(x_i),$$

A_l – коэффициенты квадратурной формулы.

Решением системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (1) являются значения функций y_r в точках x_i.

Из алгоритма метода квадратур решения СЛИУВ видно, что основная вычислительная нагрузка ложится на вычисление сумм $\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{i-1} K_{rji}^{(l)} y_j^{(l)} A_l$ при определении значений правой части СЛАУ. Процесс вычисления суммы $\sum_{l=1}^{i-1} K_{rji}^{(l)} y_j^{(l)} A_l$ пропорционально распределяется между n потоками путем передачи каждому потоку на вычисление выражения $\sum_{p1}^{p2} K_{rji}^{(l)} y_j^{(l)} A_l$, где $p1$, $p1$ – границы, которые разные для каждого потока.

В среде MATLAB компании MathWorks распараллеливание вычислений производится с помощью [2] двух взаимосвязанных пакетов расширений (приложений): MATLAB Distributed Computing toolbox и MATLAB Distributed Computing Engine.В этой системе была произведена реализация последовательного и параллельного алгоритмов метода трапеций решения СЛИУВ IIрода. Проведем сравнение их быстродействия путем решения СЛИУВ IIрода вида

$$\begin{cases} y_1(x) - \int_0^x (x-s)y_1(s)ds - \int_0^x (x+s)y_2(s)ds = \\ \quad = 2(1-x)\sin(x) - \cos(x) - x + 1, \\ y_2(x) - \int_0^x (x-2s)y_1(s)ds - \int_0^x (2x-s)y_2(s)ds = \\ \quad = (2-x)\sin(x) + (2-x)\cos(x) - x - 1; \end{cases}$$

(2)Характеристики тестовых вычислительных платформ:

1) двухядерный процессор IntelPentium 2.1 GHz, 4 ГБ ОЗУ;
2) 4-хядерный процессор IntelCorei5-3330 3.0GHz, 8 ГБ ОЗУ.

В таблице 1 приведены результаты сравнения.

Таблица 1

Быстродействие алгоритмов решения СЛИУВ(2)

Количество узлов	Последовательный алгоритм (четыре ядра), сек	Параллельный алгоритм (два ядра), сек	Параллельный алгоритм (четыре ядра), сек
10	0.017	4.829	2.092
100	0.039	5.676	2.279
1000	0.308	8.257	3.376
10000	5.593	43.06	16.288
100000	300.587301	1388.788	236.611
200000	1881.102	5511.637	848.443

Из результатов видно, что при малом числе узлов быстродействие параллельного алгоритма уступает последовательному алгоритму, что объясняется большими издержками на пересылку сообщений между рабочими процессами. Однако при увеличении числа узлов и рабочих процессов время на пересылку сообщений между рабочими процессами в сравнении со временем вычислений сокращается и быстродействие параллельного алгоритма начинает выигрывать у его последовательной реализации. При этом граница опережения быстродействия параллельных программ зависит от архитектуры параллельной вычислительной системы, а именно от количества и производительности вычислительных узлов и быстродействия транспортных каналов.

Список использованныхисточников:

1. Горошко И.О. Компьютерная реализация решения систем интегральных уравнений Вольтерры при исследовании многосвязных динамических объектов / И.О. Горошко, В.А. Тихоход // Электронное моделирование. – К., 2007. – Том. 29, № 3. – С. 101-107.