УДК 517.912

ЗАГАЛЬНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З КУСКОВО-НЕПЕРЕРВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Тацій Р. М., д. ф.-м. н., проф., Пазен О. Ю., ад'юнкт, Стасюк М. Ф., к. ф.-м. н., доц.

ЛДУ БЖД, marta_stasiuk@yahoo.com

Розглядається крайова задача для рівняння теплопровідності:

$$r\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial u}{\partial x}\right) \quad (1)$$

з системою лінійно-незалежних крайових умов:

$$\begin{cases} p_{11}u(x_0,t)+p_{12}u^{[1]}(x_0,t)+q_{11}u(x_n,t)+q_{12}u^{[1]}(x_n,t)=\psi_0(t), \\ p_{21}u(x_0,t)+p_{22}u^{[1]}(x_0,t)+q_{21}u(x_n,t)+q_{22}u^{[1]}(x_n,t)=\psi_n(t) \end{cases} \quad (2)$$

і початковою умовою:

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad (3)$$

де $u^{[1]}\overset{df}{=}\lambda u'_x$, $x\in[x_0,x_n]$, а $t\in[0,\infty)$.

Якщо задати розбиття проміжку $[x_0,x_n]$: $x_0<x_1<\cdots<x_{n-1}<x_n$, то коефіцієнти λ, r – це додатні, кусково-неперервні на проміжку $[x_0,x_n]$ функції, які задані з допомогою характеристичних функцій $\theta_i(x)$ проміжків $[x_i,x_{i+1})$, тобто:

$$\lambda(x)=\sum_{i=0}^{n-1}\lambda_i(x)\theta_i, \quad r(x)=\sum_{i=0}^{n-1}r_i(x)\theta_i.$$

Розроблена та обгрунтована схема розв'язування задачі (1)-(3):

а) розв'язок $u(x,t)$ шукається у вигляді $u(x,t)=w(x,t)+v(x,t)$ (метод редукції);

б) для однієї зі складових (наприклад для $w(x,t)$) розв'язується квазістаціонарна задача з умовами (2);

в) для функції $v(x,t)$ отримується мішана неоднорідна задача з нульовими крайовими умовами,для розв'язування якої застосовується метод Фур'є з подальшим застосуванням методу власних функцій.