

Тема 8. Кількісні методи прийняття управлінських рішень

15.8. Кількісні методи прийняття управлінських рішень

Перш ніж розглянути формальні методи розроблення та прийняття управлінських рішень, слід визначитися з поняттям “дослідження операцій”.

Дослідження операцій – наука про обґрунтування і прийняття рішення; складова частина вироблення і прийняття рішень. Вона ґрунтується на точному, формалізованому описі ситуації, якісному аналізі факторів, які визначають можливості досягнення окреслених цілей. Це сукупність математичних, кількісних методів, що дозволяють здійснити вимірювання витрат і результатів під час вироблення і реалізації оптимальних рішень в організаційних системах.

Дослідження операцій ґрунтується на математичному апараті оптимального програмування, теорії масового обслуговування, математичній статистиці, теорії ігор, експертних оцінках, евристичному програмуванні і т.ін. На вибір і застосування кожного методу впливає особливість поставленого завдання.

Моделі з математичного погляду можуть бути дуже складними, але структура їх досить проста:

$$E = f(x_i, y_i), \quad (15.5)$$

де E — міра загальної ефективності;

f — функція, що визначає відношення між E , x_i , y_i ;

x_i — керовані змінні, які визначають поведінку системи;

y_i — некеровані змінні, що визначають поведінку системи (дії конкурентів, економічна ситуація та ін.).

x_i — фактори, на які може вплинути людина, яка приймає рішення, для чого необхідно визначити їх перелік та значущість кожного фактора.

Щоб знайти оптимальне рішення з допомогою такої моделі, слід визначити величину керованих змінних x , за яких міра загальної ефективності буде максимальною. Інколи величина E може бути мірою неефективності, наприклад, E — величина витрат чи виробничі втрати, які мають мінімізуватися.

У першу чергу розглянемо методи математичного програмування, використовувани під час прийняття управлінських рішень. Розрізняють такі види програмування:

- лінійне програмування;
- нелінійне програмування;
- динамічне програмування;
- стохастичне програмування.

Моделі *лінійного програмування* застосовують для пошуку оптимального рішення в ситуації розподілу дефіцитних ресурсів за наявності конкуруючих потреб. Наприклад, за допомогою моделі лінійного програмування керівник виробництва може визначити оптимальну виробничу програму, тобто розрахувати, яку кількість виробів кожного найменування слід виготовляти для отримання найбільшого прибутку за умови відомих обсягів матеріалів і деталей, фонду часу роботи обладнання і рентабельності кожного типу виробу. Значну частину розроблених для практичного застосування оптимізаційних моделей становлять завдання лінійного програмування.

Максимізуюча (мінімізуюча) функція є прийнятним критерієм ефективності розв'язання завдань, що відповідає поставленій меті, і називається **цільовою функцією**.

Обмеження характеризують наявні можливості розв'язання завдання.

Суть розв'язання завдань лінійного програмування полягає в пошуку умов, що спрямовують цільову функцію до мінімуму чи максимуму.

Рішення, яке задовольняє умови завдання і відповідає поставленій меті, називається **оптимальним планом**.

Якщо кількість змінних системи обмежень і цільової функції в математичній моделі завдання лінійного програмування дорівнює двом або трьом, то таке завдання можна розв'язати графічно або аналітично. Якщо кількість змінних більша, завдання розв'язують, як правило, аналітичним шляхом.

З урахуванням характеру аналізованих операцій і форм залежності чинників, що склалися, можуть застосовуватися моделі інших типів: у разі нелінійних форм залежності результату операції від основних чинників – моделі нелінійного програмування; у разі необхідності залучення до аналізу чинника часу – моделі динамічного програмування; у разі ймовірного впливу чинників на результат операції – моделі математичної статистики (кореляційно-регресійний аналіз).

У моделях нелінійного програмування цільова функція або хоча б одне з обмежень нелінійні (тобто на графіках зображуються кривими лініями).

Динамічне програмування (динамічне планування) є математичним методом оптимізації рішень, спеціально пристосованим до так званих багатоступеневих (чи багатостадійних) операцій.

Суть розв'язання завдань динамічного програмування полягає в такому:

- оптимізація, яка проводиться методом послідовних наближень (ітерацій) у два коли; спочатку від останньої операції до першої, а потім, навпаки, від першої до останньої;

- на першому колі, ідучи від наступних кроків до попередніх, знаходиться так зване умовне оптимальне управління;
- умовне оптимальне управління вибирається таким, щоб усі попередні кроки забезпечували максимальну ефективність наступного ступеня. Інакше кажучи, на кожному кроці існує таке управління, яке забезпечує оптимальне продовження операції. Цей принцип вибору управління називається принципом оптимальності;
- так триває до першого кроку, але оскільки перший крок не має попереднього, то одержане для нього умовне оптимальне управління втрачає свій умовний характер і стає просто оптимальним управлінням, яке ми шукаємо;
- друге коло оптимізації починається з першого кроку, для якого оптимальне управління відоме.

Стохастичне програмування становить собою сукупність методів планування з розв'язання оптимізаційних завдань з урахуванням більш імовірного (стохастичного) перебігу процесів. При цьому під ймовірнішими (стохастичними) чи випадковими процесами розуміють процеси зміни в часі стану якого-небудь елементу системи відповідно до ймовірних закономірностей.

Завдання лінійного і деяких інших видів програмування стають завданнями стохастичного програмування, якщо параметри цільової функції чи системи обмежень (чи ті й інші) розглядаються як випадкові величини. До таких раніше розглянутих завдань можна віднести проблеми оптимального розподілу ресурсів, транспортне завдання, завдання управління запасами і т.п. Розв'язання подібних завдань у стохастичній постановці будуть точніше і коректніше відображати економічний характер процесів, що відбуваються, підвищувати надійність досягнення поставленої мети виробництва.

У разі розв'язання завдань у стохастичній постановці звичайно використовують два підходи.

Перший підхід, як більш простий, полягає у визначенні середнього значення всіх даних випадкових параметрів і становить завдання відповідного раніше розглянутого програмування. Такий підхід, звичайно, не завжди може виявитись ефективним. Це відбувається тому, що при деяких параметрах (випадкових величинах) може бути прийняте рішення, далеке від оптимального через синергетичні явища, що може призвести до ускладнень (навіть відсутності) бажаного розв'язання поставленого завдання.

Суть другого підходу полягає в багатоступеневому, поетапному наближенні до бажаного результату. Так, наприклад, на першому етапі встановлюється попередній оптимальний план при розв'язанні детермінованого завдання на основі максимізації чи мінімізації цільової функції. Потім на другому етапі цей план коригується відповідно до реально встановлених статистичних показників і параметрів.

Крім методів математичного програмування, дуже часто менеджер використовує *методи теорії масового обслуговування*.

Багато економічних ситуацій пов'язані з процесами масового обслуговування покупців-споживачів. Наприклад, протягом обмеженого часу необхідно обслужити покупців магазинів, клієнтів сфери обслуговування, прийняти замовлення на ремонтні роботи та виконати за ними ремонт тощо.

Об'єкти, що обслуговуються, називають *каналами*, або *апаратами обслуговування*. Вимоги (замовлення) до обслуговування називають *заявками*.

Якщо в разі надходження чергової заявки всі наявні канали (апарати) виявляються зайнятими, відбувається перебіг в обслуговуванні й починає утворюватися черга. Тому теорію масового обслуговування називають також теорією черг.

Методи теорії масового обслуговування використовуються для визначення оптимальної кількості каналів обслуговування при певному рівні потреби в них. До ситуацій, у яких такі моделі можуть бути корисні, належать, наприклад, визначення кількості телефонних ліній, необхідних для відповідей на дзвінки клієнтів; тролейбусів на маршруті, необхідних, щоб на зупинках не скупчувалися великі черги; операціоністів у банку, щоб клієнти не чекали на обслуговування і т.ін. Проблема полягає в тому, що додаткові канали обслуговування (більше телефонних ліній, тролейбусів або банківських службовців) потребують додаткових ресурсів, а їх завантаження нерівномірне (надмірна пропускна спроможність в одні періоди часу й виникнення черг – в інші). Отже, потрібно знайти таке рішення, яке дозволяє збалансувати додаткові витрати на розширення каналів обслуговування і втрати від їх недоліку. Моделі теорії черг саме і є інструментом пошуку такого оптимального рішення.

Розділ дослідження операцій, який вивчає ефективність їх виконання залежно від порядку надходження, називається *теорією розкладу*.

На виробництві, з погляду технології, можливі порушення під час виконання тих чи інших операцій, однак іноді вони мають суттєве значення для конкретного виконавця. Це може бути викликане як пріоритетністю замовлень, так і витратами, обумовленими різною послідовністю їх виконання на наявному обладнанні.

Типовим завданням теорії розкладів є проблема розроблення розкладу роботи технологічної лінії, що складається з m станків ($i = 1, m$), на якій треба обробити партії з n деталей ($j = 1, n$). Критерієм оптимальності розкладу стане мінімальний час обробки всіх n деталей. При цьому кожна деталь має послідовно пройти обробку на кожному станку. Вхідними даними є протяжність t_{ij} обробки на i -му станку j -ї деталі. Слід визначити порядок обробки цих деталей, який буде мінімізувати загальний період їх виготовлення. При цьому приймаються обмеження: обробка кожної деталі на i -му станку має починатися не раніше, ніж закінчиться обробка на станку $i - 1$; на кожному станку одночасно може оброблятися не більше ніж одна деталь; операція, що почалася, не переривається до повного її завершення.

І на завершення розглянемо *ігрові моделі прийняття рішень* (теорію ігор).

Ігрова модель є особливим видом моделі теорії прийняття рішень. До цього часу вважалося, що рішення приймається на основі критерію, що, на нашу думку, відображає ефективність відносно нас. Виявляється, існує досить багато ситуацій в економіці, а також у військових операціях, у яких бере участь кілька сторін, що мають різні інтереси. І тому неможливо оцінити результат рішення, що приймається, однаково. Такого роду ситуації називаються конфліктними. Теорія, що описує конфліктні ситуації в кількісному аспекті, називається *теорією ігор*. Інтереси сторін можуть бути діаметрально протилежними. Такі моделі називаються *антагоністичними іграми*. Але в багатьох ситуаціях у грі можуть брати участь три і більше сторін. Такі ігри називаються *множинними*. Деякі сторони можуть об'єднуватися за інтересами. Такі ігри називаються *коаліційними*.

Гра – модель ситуації, деяка спрощена схема, де зафіксовані самі гравці, правила гри, певні виграші після кожного ходу, правила закінчення гри. У більш складних іграх сукупність ходів визначають певну стратегію.

Головним в ігровій моделі є те, що інша сторона – супротивник, активно протидіє у виборі оптимального рішення. Тому слід об'єктивно оцінювати супротивника, тобто ставати на його сторону і вважати, що супротивник не менш розумний.

У загальному вигляді **постановка завдання теорії ігор** відбувається таким чином. Нехай маємо деяку операцію (цілеспрямована дія), у якій беруть участь дві сторони A і B з протилежними інтересами.

Існують правила гри, що регламентують результати, до яких приводять можливі варіанти дій сторін. Результати дій сторін (виграші) виражені в кількісній формі і позначені літерою a (математичне очікування виграшу сторони A , що зробила свій i -й хід при j -му ході сторони B).

Умови гри звичайно записуються у формі платіжної матриці або матриці гри (рис. 15.7).

A \ B				
	B_1	B_2	...	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Рис. 15.7. Платіжна матриця (матриця гри): A_i – назви стратегій гравця 1; B_j – назви стратегій гравця 2; a_{ij} – значення виграшів гравця 1 при виборі ним i -ї стратегії, а гравцем 2 – j -ї стратегії

Кожний з гравців прагне максимізувати свій виграш з урахуванням поведінки протидіючого йому гравця. Тому для гравця 1 необхідно визначити мінімальні значення виграшів в кожній із стратегій, а потім знайти максимум з цих значень, тобто визначити величину

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} \quad (15.6)$$

або знайти мінімальні значення за кожним з рядків платіжної матриці, а потім визначити максимальне з цих значень. Величина α називається **максіміном матриці**, або нижньою ціною гри.

Величина виграшу гравця 1 дорівнює, за визначенням матричної гри, величині програшу гравця 2. Тому для гравця 2 необхідно встановити значення

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}$$

або знайти максимальні значення за кожним із стовпців платіжної матриці, а потім визначити мінімальне з цих значень. Величина β називається **мінімаксом матриці**, або верхньою ціною гри.

У випадку якщо значення α і β не збігаються, за умови збереження правил гри (коефіцієнтів a_{ij}) у тривалій перспективі вибір стратегій кожним із гравців виявляється нестійким. Стійкості він набуває лише за умови рівності $\alpha = \beta = V$. У цьому разі говорять, що гра має рішення в чистих стратегіях, а стратегії, в яких досягається V , – оптимальними чистими стратегіями. Величина V називається **чистою ціною гри**.

Наприклад, у матриці (рис. 15.8) існує рішення в чистих стратегіях. При цьому для гравця 1 оптимальною чистою стратегією буде стратегія $A1$, а для гравця 2 – стратегія $B4$.

У матриці (рис. 15.9) рішення в чистих стратегіях не існує, оскільки нижня ціна гри досягається в стратегії $A1$ і її значення дорівнює 2, тоді як верхня ціна гри досягається в стратегії $B4$, а її значення дорівнює 3.

Ходи в грі можуть бути особисті й випадкові. Особистий хід залежить від свідомого рішення сторони, а випадковий – результат випадкового механізму, який

	$B1$	$B2$	$B3$	$B4$	Min_j
$A1$	7	6	5	4	4
$A2$	1	8	2	3	1
$A3$	8	1	3	2	1
Max_i	8	8	5	4	

Рис. 15.8. Платіжна матриця, у якій існує рішення в чистих стратегіях

	B_1	B_2	B_3	B_4	Min_j
A_1	7	6	5	2	2
A_2	1	8	2	3	1
A_3	8	1	3	2	1
Max_i	8	8	5	3	

Рис. 15.9. Платіжна матриця, у якій не існує рішення в чистих стратегіях

застосовується спеціально або випадково залучається до гри. Наприклад, часто азартні ігри складаються з одних випадкових ходів. Стратегією гравця називається сукупність правил, що визначають вибір варіантів дій при кожному особистому ході гравця залежно від ситуації, що склалася. Якщо кількість стратегій кінцева – гра кінцева, інакше – нескінченна гра.

Завданням теорії ігор є обґрунтування оптимальних стратегій обох гравців. У теорії ігор вважається, що гра повторюється багато разів і гравців цікавить середній виграш. На жаль, при підході до вироблення оптимального рішення доводиться застосовувати той чи інший принцип оптимальності.

Імітаційне моделювання часто застосовується в ситуаціях дуже складних для використання математичних методів.

Як метод моделювання, імітація є процесом створення моделі і її експериментальним застосуванням для визначення змін реальної ситуації. Імітація використовується в ситуаціях, дуже складних для математичних методів (наприклад, для лінійного програмування). Це може бути зумовлене надмірно великою кількістю змінних, важкістю математичного аналізу певних залежностей між змінними або високим рівнем невизначеності.

Сутність методу імітаційного моделювання — у математичному описі динамічних процесів, які відтворюють функціонування системи, що вивчається. Цей метод дозволяє аналізувати складні динамічні системи (підприємства, банки, галузі економіки, регіони тощо). Його застосування передбачає два етапи — побудову комплексу динамічних імітаційних моделей і виконання аналітичних і прогнозних розрахунків.

Важливе місце посідає сценарний підхід, що дозволяє здійснювати багатоваріантний ситуативний аналіз модельованої системи. Сценарій є певною оцінкою можливого розвитку.

Кожен сценарій пов'язує зміну зовнішніх умов з результуючими змінними.

Застосування імітаційного моделювання і сценарного підходу дозволяє будувати ефективні системи підтримки прийняття рішень, призначені для вирішен-

ня таких завдань у різних галузях і для різних об'єктів (регіонів, корпорацій, макроекономічних систем):

- прогнозування і аналіз наслідків управлінських рішень;
- дослідження ефективності і порівняння заходів, що вживаються;
- вибір або побудова оптимального рішення.

Таким чином, машинна імітація – це експеримент, але не в реальних, а в штучних умовах. За наслідками цього експерименту відбирається один або декілька варіантів, що є базовими для прийняття остаточного рішення на основі додаткових формальних і неформальних критеріїв.